

APLICABILIDADE DOS MÉTODOS DE DETERMINAÇÃO  
DE PERFIS DA SUPERFÍCIE LIVRE EM ESCOAMENTOS  
ATRAVÉS CONDUTOS CIRCULARES

Helder Gomes Pinho da Costa

TESE SUBMETIDA AO CORPO DOCENTE DA COORDENAÇÃO DOS PROGRAMAS DE PÓS-GRADUAÇÃO  
DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO COMO PARTE DOS  
REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIA (M.Sc.).


Aprovada por:



RUI CARLOS VIEIRA  
Presidente



PAULO CANEDO MAGALHÃES FILHO



AMÂNCIO PEREIRA DE SOUZA

RIO DE JANEIRO  
RIO DE JANEIRO - BRASIL  
DEZEMBRO DE 1982

COSTA, HELDER GOMES PINHO DA

Aplicabilidade dos Métodos de Determinação de Perfis da Superfície Livre em Escoamentos através Condutos Circulares (Rio de Janeiro) 1982.

VI, p. 29,7cm (COPPE-UFRJ, M.Sc, Engenharia Civil, 1982).

Tese - Univ. Fed. Rio de Janeiro, Fac. de Engenharia.

I. Escoamento em Condutos Circulares I. COPPE/UFRJ II. Título(série).

## AGRADECIMENTOS

À COPPE como instituição pela oportunidade e pela orientação técnica transmitida, e em especial à pessoa do Prof. Rui Carlos Vieira da Silva.

À FEEMA como instituição por apoiar e incentivar o desenvolvimento de estudos e pesquisas voltados para a melhoria da qualidade do Meio Ambiente.

Aos engenheiros Leila Santos Araujo e Mauricio Cleinman da FEEMA pelo apoio nas atividades básicas para a elaboração da presente tese.

Ao estudante de engenharia Mauricio Teixeira Pinto pelo auxílio nos trabalhos computacionais preliminares.

À secretária Celi de Souza de Moura e à escriturária Sandra Lucia de Oliveira Pinto e aos desenhistas Sergio da Costa Souza e Jorge da Costa Souza pelo apoio prestado na apresentação gráfica.

## RESUMO

O trabalho apresenta inicialmente alguns aspectos qualitativos dos escoamentos com superfície livre em condutos circulares.

Em seguida são apresentados alguns métodos para determinação de perfis longitudinais da linha de água para o escoamento permanente não uniforme. Os métodos são: Direto, Keifer e Chu, Keifer e Chu modificado, Ângulos, Declividade Crítica, Integração Gráfica e o de Ven Te Chow. Tal apresentação é realizada através de uma análise da estrutura teórica de cada método e posteriormente, as respectivas metodologias são aplicadas a situações de escoamento pré-fixadas.

A aplicabilidade de cada método é comentada e criticada no sentido de fornecer subsídios para escolha da metodologia adequada perante as diferentes situações encontradas na prática.

## ABSTRACT

This work, initially, presents some qualitative aspects of free surface flow through circular conduits.

Following, some methods for determination of longitudinal profiles of the water surface to gradually varied flow are described. These methods are the Direct Step, Keifer and Chu, Keifer and Chu modified, Angles, Critical Slope, Graphical Integration and the Ven Te Chow one. That description is based on the analysis of the theoretical structure of each method, and then, the respective methodologies are used in situations of flow previously chosen.

The applicability of each method is talked over and criticized in order to recommend the choice of the appropriated methodology for the different practical situations.

## INDICE

Capítulo I . Introdução

Capítulo II . Revisão da Literatura

Capítulo III. Fundamentos Teóricos

Capítulo IV . Métodos

IV.1 - Método Direto

IV.2 - Método de Keifer e Chu

IV.3 - Método de Keifer e Chu Modificado

IV.4 - Método dos Ângulos

IV.5 - Método da Declividade Crítica

IV.6 - Método da Integração Gráfica

IV.7 - Método de Ven Te Chow

Capítulo V . Aplicação Prática dos Métodos

V.1 - Considerações Gerais

V.2 - Método Direto

V.3 - Método de Keifer e Chu

V.4 - Método de Keifer e Chu Modificado

V.5 - Métodos dos Ângulos

V.6 - Método da Declividade Crítica

V.7 - Método da Integração Gráfica

V.8 - Método de Ven Te Chow

V.9 - Resumo dos Resultados

Capítulo VI . Discussão

Capítulo VII. Conclusões

Referências Bibliográficas

## CAPÍTULO I

### Introdução

Com o uso crescente dos condutos de seção circular de grandes diâmetros nas obras de macrodrenagem e saneamento, tem-se tornado de significativa importância a análise e adequação dos critérios convencionais para resolução dos problemas hidráulicos a medida em que o escoamento se aproxima do coroamento das tubulações.

Apesar da eficiência hidráulica, as seções circulares de pequeno diâmetro não oferecem condições estáveis desejadas para os perfis da linha de água junto ao coroamento. Dessa forma, a determinação da configuração desses perfis não requer muito interesse prático.

Por outro lado, a medida em que os diâmetros aumentam, a faixa acima da profundidade relativa  $Y/D$  igual a 0.82 cresce proporcionalmente, contribuindo para uma margem maior de variação dos níveis de água, ainda a superfície livre. Nesses casos, portanto, torna-se de maior interesse a determinação dos perfis da linha de água ou curvas de remanso junto ao coroamento, na condição de movimento permanente não uniforme. Tal conhecimento proporcionaria não só a verificação das condições de escoamento acima da profundidade relativa máxima usual de projeto ( $Y/D=0.80$ ), como também indicaria as condições de contorno para resolução dos casos não permanentes pela aplicação de métodos numéricos.

A partir do conhecimento do comportamento não convencional característico das variações geométricas e hidráulicas próprias dos condutos circulares, resolvemos dedicar a nossa pesquisa ao levantamento, análise e estudo de aplicabilidade dos métodos existentes para a determinação de curvas de remanso vol

tados para aquelas condições. Assim, os trabalhos iniciais se concentraram no levantamento e seleção dos métodos mais conhecidos e cuja a credibilidade se fundamentou nas afirmações dos diversos autores com relação à aplicação de suas respectivas metodologias a canais de seção circular. Por outro lado, achamos interessante que apesar de alguns autores assegurarem a aplicação de suas metodologias ao caso em questão, verificamos que não foram apresentados exemplos ilustrativos.

Portanto, o presente trabalho objetiva o estudo, análise, aplicação e comparação das diversas teorias e metodologias no sentido de contribuir com os profissionais envolvidos na área dos projetos hidráulicos de canais de seção circular.



## CAPÍTULO II

## Revisão da Literatura

Os métodos para avaliação dos perfis da linha de água em canais sob escoamento permanente gradualmente variado podem ser desenvolvidos por dois procedimentos distintos. O primeiro, se baseia diretamente no balanço de energia entre duas seções consecutivas e o segundo na integração da equação dinâmica.

Com relação às metodologias baseadas no balanço de energia, acredita-se que Belanger (1827) foi um dos precursores da utilização das aproximações sucessivas na avaliação de perfis da linha de água. Já em 1914 o engenheiro polonês Charnomskii introduziu os conceitos iniciais do método direto que mais tarde, em 1924, foi aperfeiçoado por Husted. A partir daí, algumas contribuições importantes foram introduzidas por Francis Escoffier em 1946 e por Arthur Ezra em 1954. A esses dois últimos autores se atribuem os fundamentos conceituais dos métodos gráficos baseados na equação de balanço de energia.

Com relação aos métodos baseados na integração da equação dinâmica do escoamento permanente gradualmente variado podemos ressaltar a participação pioneira de Bresse em 1860, que possibilitou a estimativa dos perfis da linha de água para canais retangulares de grande largura. Na formulação de Bresse, os expoentes hidráulicos  $M$  e  $N$  são considerados constantes e iguais a 3 por toda a gama de variação das profundidades. Já em 1912, Bakhmeteff<sup>1</sup> introduziu uma aproximação da integração da equação dinâmica, por meios numéricos, considerando que os fatores de condução a cada profundidade fossem modelados segundo potências da profundidade. Tais potências, no caso, são iguais aos expoentes hidráulicos  $N$  ( $K^2 \propto Y^N$ ). Tal artifício possibilitou, a princípio, a aplicação da metodologia para canais de diferentes seções transversais.

Por outro lado, como os fatores de seção  $Z$  também variam significativamente para determinadas seções, Bakhmeteff propôs a resolução do método por etapas a subtrechos menores, considerando valores médios de  $S_o/S_{cr}$  por etapa. A partir da teoria de Bakhmeteff, uma série de métodos foram desenvolvidos por diversos autores com base na integração da equação dinâmica.

Dentre eles devemos ressaltar as contribuições de Mononobe<sup>2</sup> e Von Seggern<sup>3</sup> que introduziram novos conceitos, possibilitando a inclusão do efeito de variação da energia cinética sem necessidade de cálculo por etapas conforme a teoria de Bakhmeteff.

Já em 1955, Ven Te Chow<sup>4</sup>, apresenta a sua metodologia baseada nas teorias existentes, válida também para qualquer forma de seção transversal. Tanto Von Seggern como Ven Te Chow, consideraram que os fatores de seção do estado crítico e os fatores de condução podem ser modelados em função das profundidades, isto é,  $K^2 = f(Y^N)$  e  $Z^2 = f(Y^M)$  onde  $N$  e  $M$  são os expoentes hidráulicos. A metodologia de Ven Te Chow levou também a determinação de funções variadas do escoamento, cujas as integrais foram avaliadas numericamente e tabeladas em função dos expoentes hidráulicos.

Em 1954, um ano antes de Ven Te Chow apresentar seu método, os engenheiros Clint J. Keifer e Henry Hsien Chu<sup>5</sup> do Departamento de Obras Públicas de Chicago, lançaram uma metodologia para avaliação de curvas de remanso em canais circulares. Tal metodologia possibilitou a minimização dos erros cometidos na determinação dos perfis da linha de água, face a certos artifícios de cálculo tornando mais criteriosa a integração da equação dinâmica. Portanto, historicamente, Keifer e Chu podem ser considerados os pioneiros na adequação das sistemáticas de integração da equação dinâmica na resolução das curvas de remanso para canais circulares. O método de Keifer e Chu foi amplamente discutido por vários autores, dentre eles podemos citar Francis Escoffier,

Richard Silvester e Henry Miles, sendo que este último tinha proposto em 1950 um equacionamento similar ao de Keifer e Chu voltado para a resolução por aproximações sucessivas.

Uma das grandes vantagens do método de Keifer e Chu foi o equacionamento do problema independentemente dos expoentes hidráulicos, que, nas seções circulares variam significativamente tornando quase impraticável a aplicação de outros métodos que consideram valores médios dos expoentes a subtrechos do escoamento gradualmente variado.

Em 1978, Chandra Nalluri e John Tomlinson<sup>6</sup> da Universidade de Newcastle introduziram modificações no método original de Keifer e Chu e apresentaram outras metodologias para a avaliação de curvas de remanso em canais circulares.

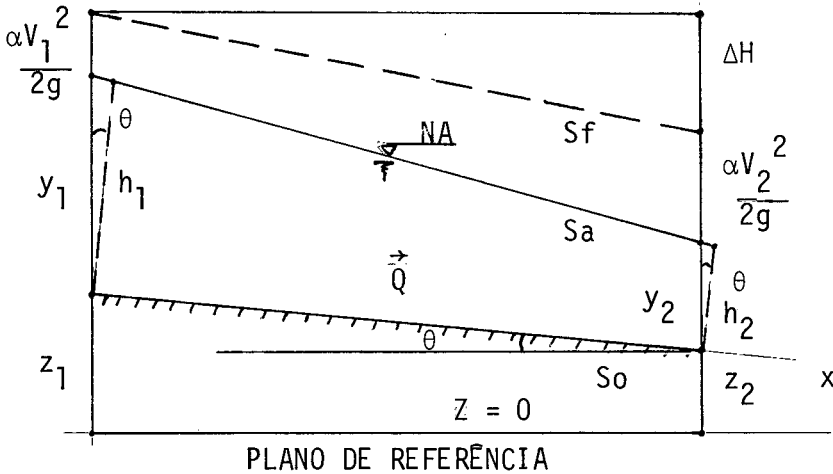
Algumas dessas metodologias apesar de não se fundamentarem na integração da equação dinâmica possibilitaram a determinação dos perfis de forma eficiente e consistente.

No Brasil, devemos ressaltar os trabalhos do Engenheiro Eugênio Macedo, funcionário do Governo do Estado do Rio de Janeiro, que desenvolveu e verificou experimentalmente algumas hipóteses simplificadoras no balanço de energia, para avaliação dos perfis longitudinais da linha de água. O Engenheiro Macedo, criou um sistema de réguas deslizantes, devidamente graduadas, que possibilita a resolução de uma série de problemas relacionados à hidráulica dos escoamentos em tubulações circulares.

## CAPÍTULO III

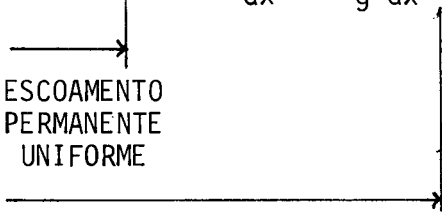
## Fundamentos Teóricos

## 3.1 Equação dinâmica do escoamento permanente gradualmente variado



A equação dinâmica do escoamento permanente não uniforme pode ser escrita da seguinte forma:

$$S_f = S_o - \cos\theta \frac{dh}{dx} - \alpha \frac{V}{g} \frac{dV}{dx} \quad (\text{III-1})$$



ESCOAMENTO PERMANENTE NÃO UNIFORME

onde:  $S_f$  - declividade da linha de energia;

$S_o$  - declividade do fundo do canal;

$h$  - profundidade tomada perpendicularmente ao fundo do canal;

$\theta$  - ângulo que o fundo do canal faz com a horizontal;

$V$  - velocidade;

$\alpha$  - coeficiente de Coriolis.

No caso dos escoamentos permanentes gradualmente variados, prevalecem as seguintes hipóteses:

- a) As características hidráulicas são constantes no tempo a cada seção do escoamento;
- b) As profundidades variam lentamente ao longo do canal considerado;
- c) As linhas de corrente são praticamente paralelas. Em outras palavras, equivale dizer que a distribuição de pressões é hidrostática ao longo do escoamento. Nesse caso  $\cos\theta \approx 1.0$  (Esta hipótese é aceita quando  $\theta < 6^\circ$ );
- d) A profundidade do escoamento é a mesma verticalmente ou perpendicularmente ao fundo do canal ( $\theta < 6^\circ$ );
- e) A declividade da linha de energia para qualquer seção do escoamento pode ser avaliada por uma formulação de perda de carga do escoamento uniforme;
- f) Não ocorre penetração do ar na massa de água em escoamento.

Levando em consideração que o ângulo " $\theta$ " é inferior a  $6^\circ$ , podemos escrever:

$$Y \approx h \cos\theta \quad \cos\theta \approx 1$$

Levando em consideração a equação da continuidade,  $Q = AV$ , e a relação  $A = DT$ , onde  $D$  é a profundidade de hidráulica e  $T$ , a largura da linha de água na superfície, podemos escrever:

$$V \frac{dv}{dx} = \frac{Q}{A} \frac{d(Q/A)}{dx} = - \frac{Q^2}{A^3} \frac{dA}{dx} \quad (\text{III-2})$$

sendo  $dA = T dy$  vem:

$$V \frac{dv}{dx} = - \frac{Q^2}{A^3} T \frac{dy}{dx} \quad (\text{III-3})$$

Substituindo a expressão da Eq. III-3 na Eq. III-1, vem:

$$g \frac{dy}{dx} - \alpha \frac{Q^2 T}{A^3} \frac{dy}{dx} = g (S_o - S_f) \quad (\text{III-4})$$

$$\text{logo: } \frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3}} \quad (\text{III-5}) \text{ Eq. geral do esc. perm. grad. variado.}$$

A Eq. III-5 pode ser apresentada de formas diferentes.

Considerando que  $IF = \frac{\bar{V}}{\sqrt{g \frac{D}{\alpha}}}$  onde  $IF$  é o número de Froude e  $Q = AV$ , vem:

$$IF^2 = \frac{\alpha V^2}{g D} = \frac{\alpha V^2 T}{g A} = \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3} \quad (\text{III-6})$$

Substituindo na Eq. III-5, temos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - IF^2} \quad (\text{III-7})$$

Uma outra forma bastante comum nas análises qualitativas dos perfis da linha de água é a seguinte:

temos  $Q = AV$ ; no estado crítico  $IF = 1$ , logo:

$$V_{cr} = \sqrt{g \frac{D_{cr}}{\alpha}} = \sqrt{D_{cr}} \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \quad \text{substituindo na equação da continuidade obtemos:}$$

$$Q = A_{cr} \sqrt{D_{cr}} \sqrt{\frac{g}{\alpha}}$$

fazemos  $Z_{cr} = A_{cr} \sqrt{D_{cr}}$  (fator de seção do estado crítico do escoamen

to), assim temos:

$$Q = Z_{cr} \sqrt{\frac{g}{\alpha}} \quad (\text{III-8})$$

Desenvolvendo a expressão geométrica de Z, temos:

$$Z = A \sqrt{D} = A \sqrt{A/T} = \sqrt{A^3/T} \quad (\text{III-9})$$

A expressão de Z poderá ser calculada para qualquer valor da profundidade do escoamento permanente gradualmente variado independente do seu valor no estado crítico ( $Z_{cr}$ ).

Se desenvolvermos a expressão  $\propto Q^2 T / g A^3$ , vem:

$$Z_{cr} = Q / \sqrt{g/\alpha} \quad \text{logo} \quad Z_{cr}^2 = \alpha Q^2 / g$$

$$Z = \sqrt{A^3/T} \quad \text{logo} \quad Z^2 = A^3/T$$

$$\text{portanto temos:} \quad - \frac{Z_{cr}^2}{Z^2} = - \alpha \frac{Q^2 T}{g A^3} \quad (\text{III-10})$$

Substituindo na Eq. III-5, obtemos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 - \left(\frac{Z_{cr}}{Z}\right)^2} \quad (\text{III-11})$$

desenvolvendo o numerador temos:

Utilizando o equacionamento de Manning para a avaliação da perda por atrito vem:

$$S_o = Q^2 / K_o^2 \quad (\text{III-12})$$

$$S_f = Q^2 / K^2 \quad (\text{III-13})$$

onde K é o fator de condução  $\left( K = \frac{AR^{2/3}}{\mu} \right)$  (III-14)  
e  $\mu$ , o coeficiente de rugosidade de Manning.

( $K_o$  - mov. perm. uniforme)

vem  $\frac{S_f}{S_o} = \frac{K_o^2}{K^2}$  (III-15)

substituindo na Eq. III-11, obtemos:

$$\frac{dy}{dx} = S_o \frac{1 - (K_o/K)^2}{1 - (Z_{cr}/Z)^2} \quad (\text{III-16})$$

Recapitulando, as três formas apresentadas para a equação dinâmica sã o sã o re  
presentativas para as seguintes condições:

- . Canais prismáticos de pequena declividade ( $\cos\theta \approx 1$ );
- . Pressão hidrostática;
- . As distribuições de velocidade são semelhantes para as diversas seções  
( $\alpha_1 = \alpha_2 = \dots \alpha_n$ );
- . O coeficiente de rugosidade é independente da profundidade do escoamento e  
constante ao longo de todo o canal;
- . Não existe penetração do ar.



### III.2 Características geométricas e hidráulicas das seções circulares

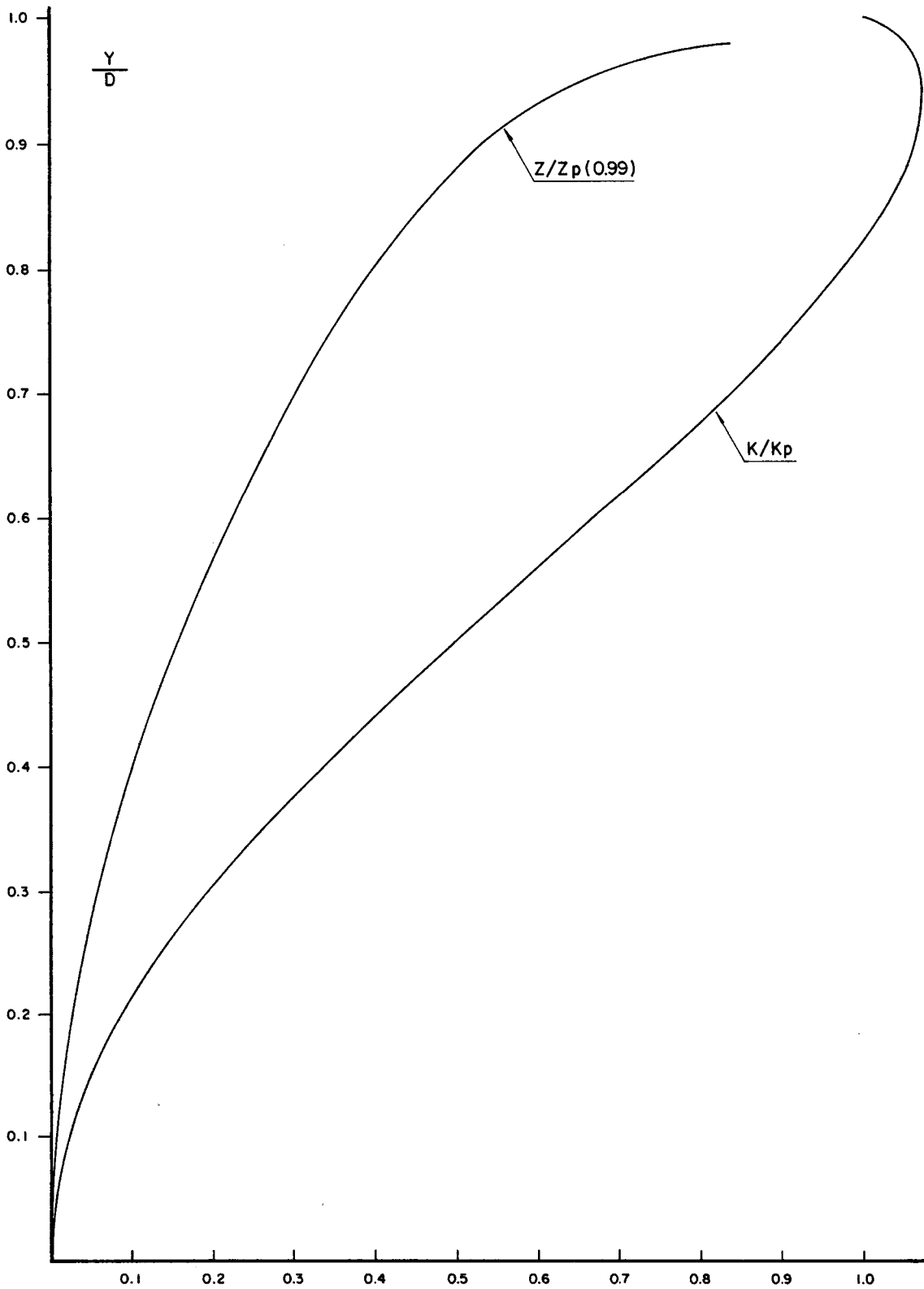
Com o objetivo de analisar o comportamento dos perfis da linha de água em canais circulares, torna-se de fundamental importância o conhecimento da variação das principais características geométricas e hidráulicas ao longo de toda a seção transversal.

A fig. III-1, apresenta a configuração da variação dos fatores de seção do escoamento permanente uniforme ( $AR^{2/3}$ ) e do escoamento crítico ( $\sqrt{A^3/T}$ ) com relação aos mesmos fatores para seção plena ( $Y/D = 1$ ) e para seção parcial ( $Y/D = 0.99$ ) respectivamente, já que  $\sqrt{A^3/T}$  para  $Y/D = 1$  é infinito. Portanto chamemos de  $C_p$  o fator de seção do escoamento permanente uniforme à seção plena e  $C$  o mesmo fator para qualquer profundidade. Da mesma forma faremos  $Z_{pc}$  igual ao fator de seção do estado crítico a  $Y/D = 0.99$  e  $Z$  o mesmo fator para outras profundidades.

Podemos verificar as seguintes características:

- . Os valores dos fatores de seção "C" crescem até a relação  $Y/D$  igual a 0.82, passam por um máximo em torno de  $Y/D = 0.938$  e depois decrescem gradativamente até  $Y/D$  igual a unidade, onde tem o mesmo valor referente a  $Y/D = 0.82$ ;
- . Os valores dos fatores de seção "Z" sempre crescem a medida que a relação  $Y/D$  aumenta.

Dada uma declividade "S" para o canal e considerando que o coeficiente de Manning seja constante por toda a variação de  $Y/D$ , podemos relacionar de forma geral os valores das vazões e das velocidades médias a qualquer profundidade, e aquelas relativas à seção plena. Assim temos:

FIG. III-1 RELAÇÕES  $Y/D \times Z/Z_p$  E  $Y/D \times K/K_p$

$$Q_p = \frac{A_p}{\mu} R_p^{2/3} S^{1/2}$$

$$V_p = \frac{1}{\mu} R_p^{2/3} S^{1/2}$$

$$Q = \frac{A}{\mu} R^{2/3} S^{1/2}$$

$$V = \frac{1}{\mu} R^{2/3} S^{1/2}$$

$$\frac{Q}{Q_p} = \frac{AR^{2/3}}{A_p R_p^{2/3}} \quad (\text{III-17})$$

$$\frac{V}{V_p} = \frac{R^{2/3}}{R_p^{2/3}} \quad (\text{III-18})$$

As relações representadas pelas Eqs. III-17 e III-18 são mostradas separadamente na Fig. III-2, para uma melhor comparação entre as profundidades que indicam características singulares.

Assim, dada uma declividade do canal e considerando o coeficiente de Manning constante por toda a seção, podemos concluir:

- . A vazão máxima ocorre a uma profundidade relativa de  $Y/D$  igual a 0.938;
- . Acima de  $Y/D = 0,82$ , teremos vazões iguais para dois valores diferentes de  $Y/D$ . Portanto, acima de  $Y/D = 0.82$  temos duas profundidades normais viáveis;
- . A vazão para seção plena é aproximadamente a mesma que para relação  $Y/D = 0.82$ ;
- . A velocidade média máxima ocorre a  $Y/D = 0.82$ ;
- . Acima de  $Y/D = 0.50$  teremos velocidades médias iguais para dois valores distintos de  $Y/D$ ;
- . A velocidade para seção plena é a mesma que para relação  $Y/D = 0.50$ .

Por outro lado se fixamos a vazão e o coeficiente de Manning, e variamos a

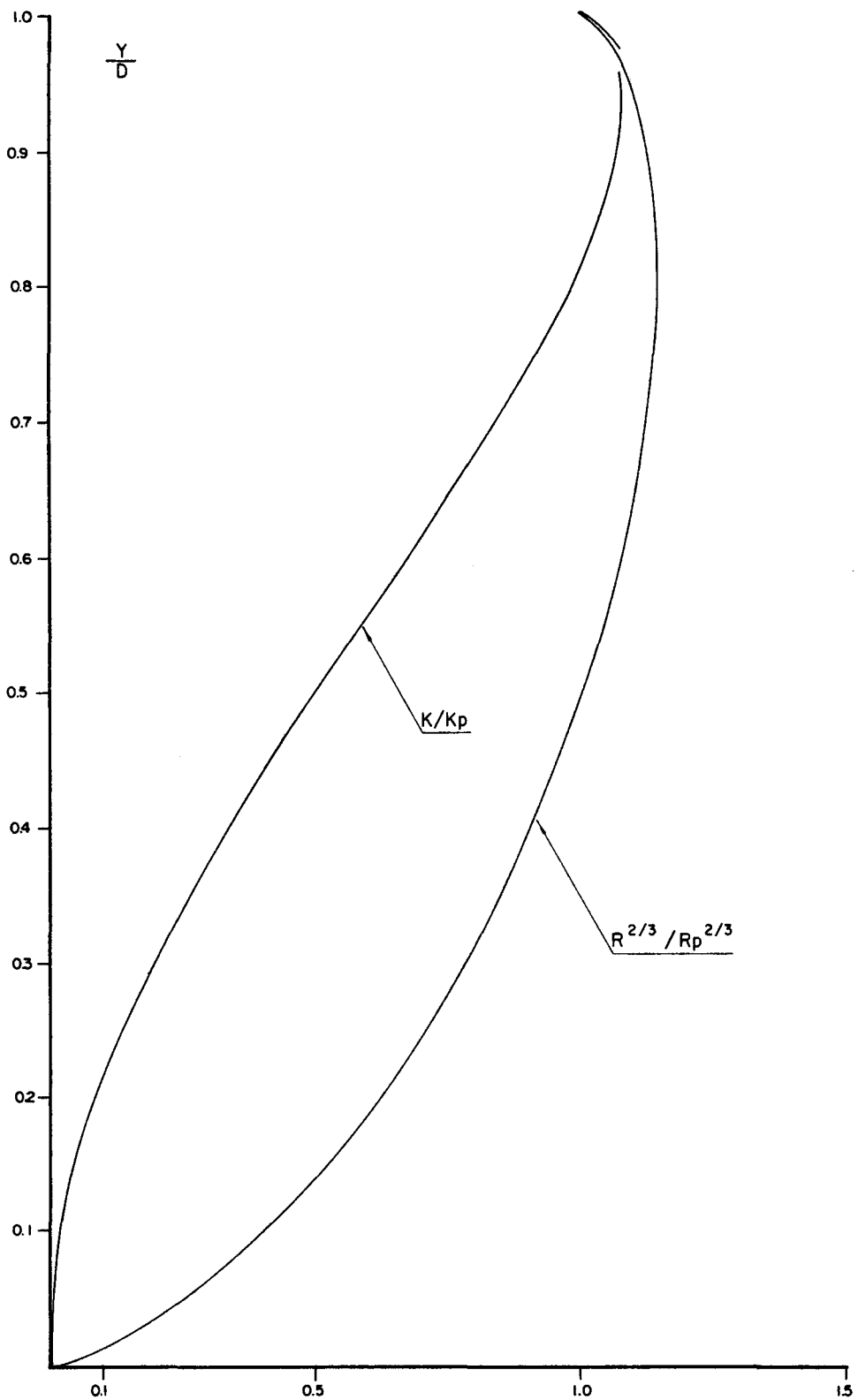


FIG. III - 2    RELAÇÕES  $\frac{Y}{D} \times \frac{K}{K_p}$   
E  $\frac{Y}{D} \times \frac{R^{2/3}}{R_p^{2/3}}$

declividade obteremos diversos valores de fator de condução e consequentemente valores de  $Y/D$  viáveis ao movimento permanente uniforme.

Da mesma forma, obteremos para valores acima de  $Y/D = 0.82$ , duas profundidades normais possíveis para a vazão fixada.

A título de exemplo e para uma melhor visualização do problema, as Figs. III-3 a III-5 apresentam as curvas de variação de  $Y_o/D$  contra diversas declividades da linha de energia decorrentes de vazões calculadas em função de valores de  $Y_{cr}/D$  pré-fixados.

Foram escolhidos os diâmetros de 2, 3 e 4m e as vazões foram obtidas em função da pré-fixação de  $Y_{cr}/D$  iguais a 0.30, 0.50, 0.70, 0.82, 0.938 e 0.95 respectivamente.

A partir dos valores de  $Y_{cr}/D$  determinamos as vazões pela Eq. III-8. Posteriormente as declividades da linha de energia "S" foram estimadas pela formulação de Manning, isto é:

$$Sf = \left( \frac{Q_u}{AR^{2/3}} \right)^2 \quad (III-19)$$

Podemos verificar pelas figuras, que a partir de  $Y/D = 0.82$  temos duas profundidades para o mesmo valor de uma determinada declividade. Podemos notar também que existe um ponto de inflexão na curva para  $Y/D = 0.938$ .

Para vazões cujo o estado crítico ocorre a valores de  $Y/D$  inferiores a 0.50 verifica-se que as declividades da linha de energia não variam significativamente acima de  $Y/D = 0.82$ . Por outro lado para as vazões maiores, nota-se uma curvatura mais acentuada que contribuirá para uma melhor estabilidade

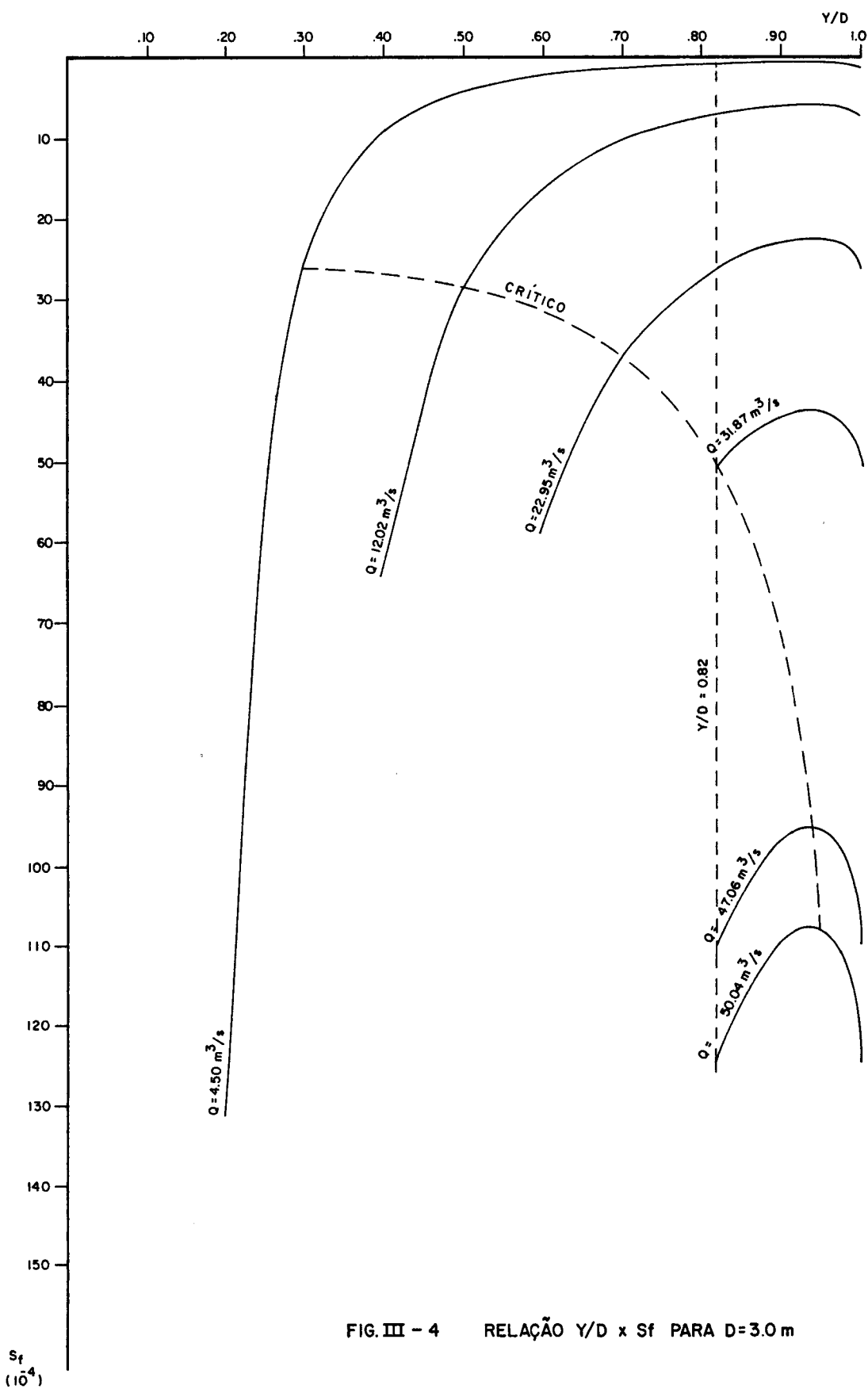


FIG. III - 4      RELAÇÃO  $Y/D \times S_f$  PARA  $D = 3.0$  m

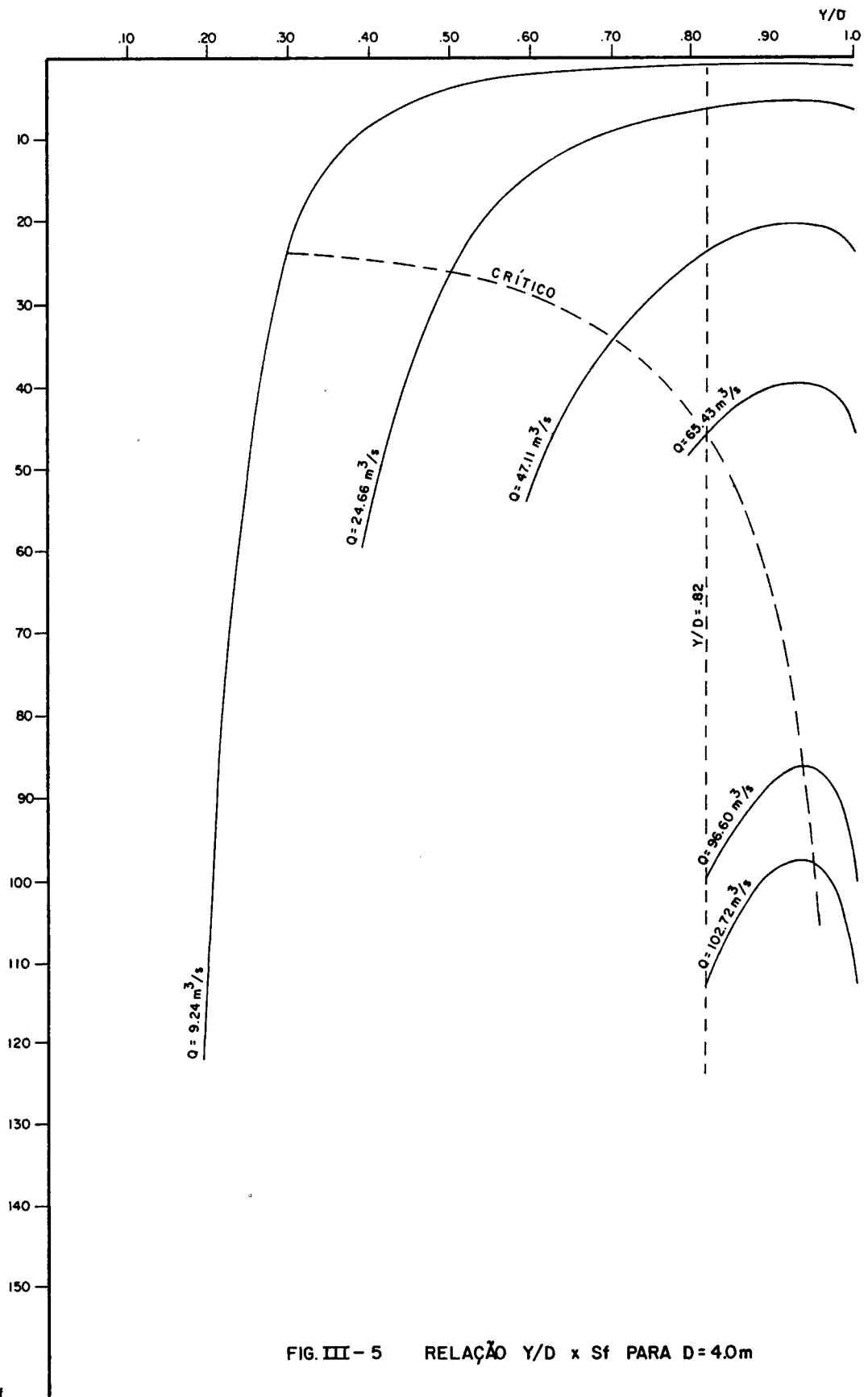


FIG. III- 5      RELAÇÃO  $Y/D \times S_f$  PARA  $D=4.0\text{m}$

$S_f$

$(10^{-4})$

dos perfis da linha de água característicos do escoamento permanente gradualmente variado.

### III.3 Análise qualitativa dos perfis da linha de água em canais circulares

Como vimos anteriormente, a Eq. III-16 representa a variação longitudinal da declividade da linha de água com relação ao fundo do canal.

Os principais termos da referida equação são:

$$K_0 = \frac{A_0 R_0^{2/3}}{\mu} \rightarrow \text{escoamento permanente uniforme.}$$

$$K = \frac{A R^{2/3}}{\mu} \rightarrow \text{escoamento permanente gradualmente variado.}$$

$$Z_{cr} = \sqrt{A_{cr}^3 / T_{cr}} \rightarrow \text{escoamento permanente uniforme crítico.}$$

$$Z = \sqrt{A^3 / T} \rightarrow \text{escoamento permanente gradualmente variado.}$$

Para avaliação qualitativa dos perfis da linha de água em canais circulares, convém dividirmos a análise em duas etapas distintas caracterizadas para os tirantes de uma maneira geral inferiores e superiores à relação  $Y/D = 0.82$  respectivamente.

#### - Tirantes inferiores à $Y/D$ igual a 0.82

Nesse caso, a análise dos perfis segue o procedimento clássico baseado na identificação de 3 zonas distintas caracterizadas pelas linhas do escoamento permanente uniforme normal e crítico, respectivamente (7).



A Fig. III-6 apresenta a forma dos perfis viáveis de ocorrência nos canais circulares para tirantes inferiores a  $Y/D = 0.82$ .

Perfis tipo M ( $S_o < S_{cr}$ )

Os perfis tipo M ocorrem quando a declividade do canal é menor que a declividade crítica para a mesma vazão, isto é, o tirante do movimento permanente uniforme ( $Y_o$ ) é maior que o tirante crítico ( $Y_{cr}$ ).

Portanto podemos escrever:

$$S_o < S_{cr} \quad \text{e} \quad Y_o > Y_{cr}$$

Perfis tipo M1 ( $Y > Y_o > Y_{cr}$ )

Os perfis tipo M1 ocorrem quando por alguma imposição física a jusante, o tirante do escoamento permanente gradualmente variado ( $Y$ ) cresce acima da profundidade normal.

Nesse caso teremos:

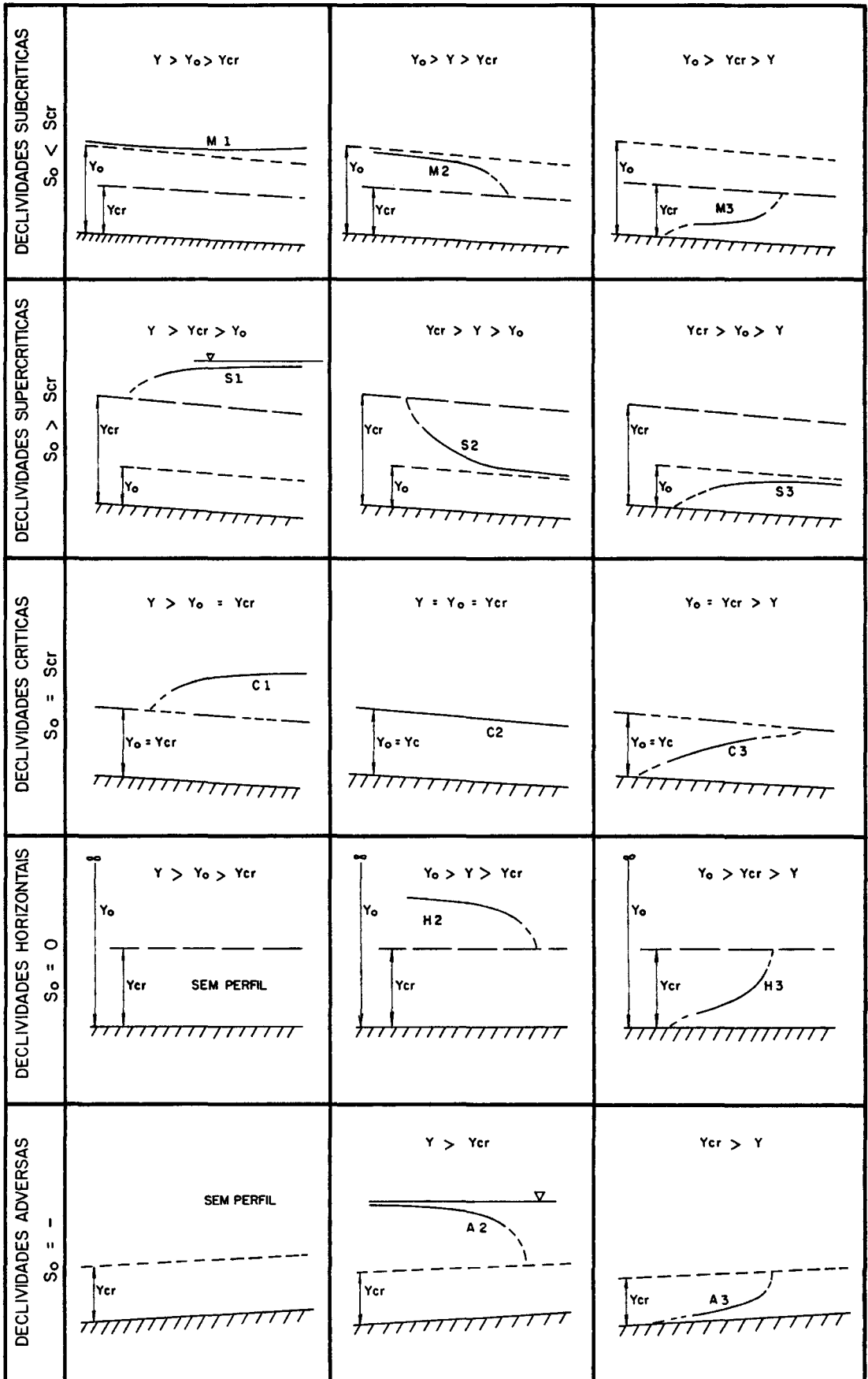
$$K > K_o \quad \text{e} \quad Z > Z_{cr}$$

portanto:

$$1 - (K_o/K)^2 \rightarrow +$$

$$1 - (Z_{cr}/Z)^2 \rightarrow +$$

logo  $dy/dx$  é positivo e o perfil da linha de água cresce no sentido do escoamento até o tirante de controle a jusante.

FIG. III - 6 PERFIS CONVENCIONAIS DA LINHA DE ÁGUA ( $Y/D > 0.82$ )

Perfis tipo M2 ( $Y_o > Y > Y_{cr}$ )

Nesse caso, a imposição de jusante faz com que os tirantes do escoamento permanente gradualmente variado diminuam com relação ao tirante normal, nesse caso teremos:

$$K_o > K \quad \text{e} \quad Z > Z_{cr}$$

logo:

$$1 - (K_o/K)^2 \rightarrow -$$

$$1 - (Z_{cr}/Z)^2 \rightarrow +$$

portanto  $dy/dx$  é negativo e o perfil da linha de água decresce no sentido do escoamento. Quando a lâmina controle de jusante for menor ou igual à crítica haverá uma descontinuidade no perfil, já que  $Z = Z_{cr}$  e  $dy/dx = \infty$ .

Perfis tipo M3 ( $Y_o > Y_{cr} > Y$ )

Nesse caso, por alguma imposição de montante, o tirante do escoamento gradualmente variado é menor que o tirante crítico. Naturalmente o escoamento procurará se estabilizar na profundidade normal tendo obrigatoriamente que passar pelo crítico com conseqüente formação de ressalto hidráulico.

Antes de atingir o ressalto, fica caracterizado o perfil M3 onde:

$$K < K_o \quad \text{e} \quad Z < Z_{cr}$$

logo:

$$1 - (K_0/K)^2 \rightarrow -$$

$$1 - (Z_{cr}/Z)^2 \rightarrow -$$

Portanto  $dy/dx$  é positivo e o perfil da linha de água cresce gradativamente até atingir a profundidade crítica onde se verifica uma descontinuidade pelo fato de que nessa seção  $Z = Z_{cr}$  e consequentemente  $dy/dx$  é infinito.

Perfis tipo S ( $S_0 > S_{cr}$ )

Os perfis tipo S ocorrem quando a declividade do canal é maior que a declividade crítica para a mesma vazão, isto é, o tirante normal ( $Y_0$ ) é menor que o crítico ( $Y_{cr}$ ).

Portanto podemos escrever:

$$S_0 > S_{cr} \quad \text{e} \quad Y_0 < Y_{cr}$$

Perfis tipo S1 ( $Y > Y_{cr} > Y_0$ )

O perfil S1 ocorre geralmente em um canal de declividade supercrítica onde uma imposição física qualquer faz com que o nível de água a jusante suba acima da profundidade crítica. Dessa forma, o perfil S1 deverá se iniciar após um ressalto hidráulico e se estabilizar tangencialmente à profundidade de jusante.

Teremos:

$$K > K_0 \quad \text{e} \quad Z > Z_{cr}$$

logo:

$$1 - (K_0/K)^2 \rightarrow +$$

$$1 - (Z_{cr}/Z)^2 \rightarrow +$$

Assim  $dy/dx$  será positivo e o perfil deverá subir no sentido do escoamento, apresentando uma descontinuidade a montante onde  $Z = Z_{cr}$  e consequentemente  $dy/dx$  igual a infinito.

Perfis tipo S2 ( $Y_{cr} > Y > Y_0$ )

O perfil se inicia com uma descontinuidade a montante e se amolda ao movimento permanente uniforme supercrítico a jusante.

temos:

$$K > K_0 \quad \text{e} \quad Z < Z_{cr}$$

logo:

$$1 - (K_0/K)^2 \rightarrow +$$

$$1 - (Z_{cr}/Z)^2 \rightarrow -$$

e portanto  $dy/dx \rightarrow -$

Perfis tipo C ( $S_0 = S_{cr}$ )

Os perfis tipo C representam a transição entre os perfis M e S e ocorrem nos canais de declividade crítica e portanto  $Y_0 = Y_{cr}$ .

Perfis tipo C1 ( $Y > Y_o = Y_{cr}$ )

Os perfis tipo C1 ocorrem nos canais com escoamento permanente uniforme crítico ao qual se impõe uma lâmina de água a jusante acima da profundidade crítica.

Assim temos:

$$K > K_o \quad \text{e} \quad Z > Z_{cr}$$

logo  $dy/dx$  será positivo e o perfil da linha de água crescerá para jusante e se estabilizará horizontalmente na profundidade controle.

O perfil apresenta uma descontinuidade a montante onde  $Z = Z_{cr}$  e consequentemente  $dy/dx$  é infinito.

Perfis tipo C2 ( $Y = Y_o = Y_{cr}$ )

Os perfis tipo C2 representam exatamente a condição da linha de água para o movimento permanente uniforme crítico.

Perfis tipo C3 ( $Y < Y_o = Y_{cr}$ )

Os perfis C3 ocorrem quando por alguma imposição a montante, o tirante é inferior ao crítico. Apresenta duas descontinuidades, uma a montante quando  $Y = 0$  e outra a jusante quando o tirante se aproxima do tirante crítico.

teremos:

$$K < K_o \quad \text{e} \quad Z < Z_{cr}$$

logo  $dy/dx$  é positivo e o perfil crescerá para jusante.

Perfis tipo H ( $S_o = 0$ )

Os perfis H ocorrem quando a declividade do canal é nula e consequentemente  $Y_o$  é infinito.

Os perfis H são classificados apenas em H2 e H3, já que  $Y_o$  tem valor infinito.

Perfis tipo H2 ( $Y > Y_{cr}$ )

Ocorrem quando o escoamento tem um controle de jusante impondo uma lâmina inferior ao tirante no canal. Quando a lâmina de jusante for inferior à crítica, haverá uma descontinuidade no perfil.

$$(Z = Z_{cr} \text{ e } dy/dx = \infty)$$

temos:

$$K < K_o \quad Z > Z_{cr} \quad \text{logo } dy/dx \rightarrow -$$

Perfis tipo H3 ( $Y < Y_{cr}$ )

Ocorrem quando por algum motivo a lâmina de água a montante é inferior à crítica. Da mesma forma teremos uma descontinuidade a montante ( $Y = 0$ ) e outra a jusante ( $Y = Y_{cr}$ ).

temos:

$$K < K_o \quad Z < Z_{cr} \quad \text{logo } dy/dx \rightarrow +$$

### Perfis tipo A ( $S_o < 0$ )

Ocorrem quando a declividade do canal é invertida com relação ao sentido do escoamento. Os perfis A são classificados apenas em A2 e A3, já que A1 é impossível tendo em vista que  $Y_o$  não é real.

Os perfis A2 ( $Y > Y_{cr}$ ) e A3 ( $Y < Y_{cr}$ ) seguem os mesmos princípios que os perfis H2 e H3 respectivamente.

#### - Tirantes superiores a $Y/D$ igual a 0.82

Os perfis da linha de água quando  $Y_o/D$  é superior a 0.82 diferem das formas clássicas, tendo em vista a existência de dois tirantes normais viáveis para uma dada vazão.

Chamemos de  $Y_{oI}$  e  $Y_{oS}$  os tirantes normais inferior e superior respectivamente e  $Y_{cr}$  o tirante crítico.

A classificação dos perfis será apresentada com base na identificação da declividade do canal (8).

A Fig. III-7 apresenta os diversos perfis da linha de água viáveis. Portanto temos a seguinte caracterização:

#### Declividades subcríticas (Perfis tipo M)

Nessa situação temos três casos distintos:

- Os tirantes normais inferior e superior são maiores que o tirante



crítico;

- O tirante crítico é superior aos tirantes normais mas o seu conjugado é inferior aos mesmos;
- O tirante crítico é menor que os tirantes normais que por sua vez são iguais. Tal situação quando  $YoI/D$  e  $YoS/D$  são iguais a 0.938.

#### Declividades supercríticas (Perfis tipo S)

- O tirante crítico é superior ao tirante normal inferior e seu conjugado é inferior ao normal superior;
- O tirante crítico é superior aos tirantes normais que por sua vez são iguais ( $YoI/D$  e  $YoS/D$  igual a 0.938).

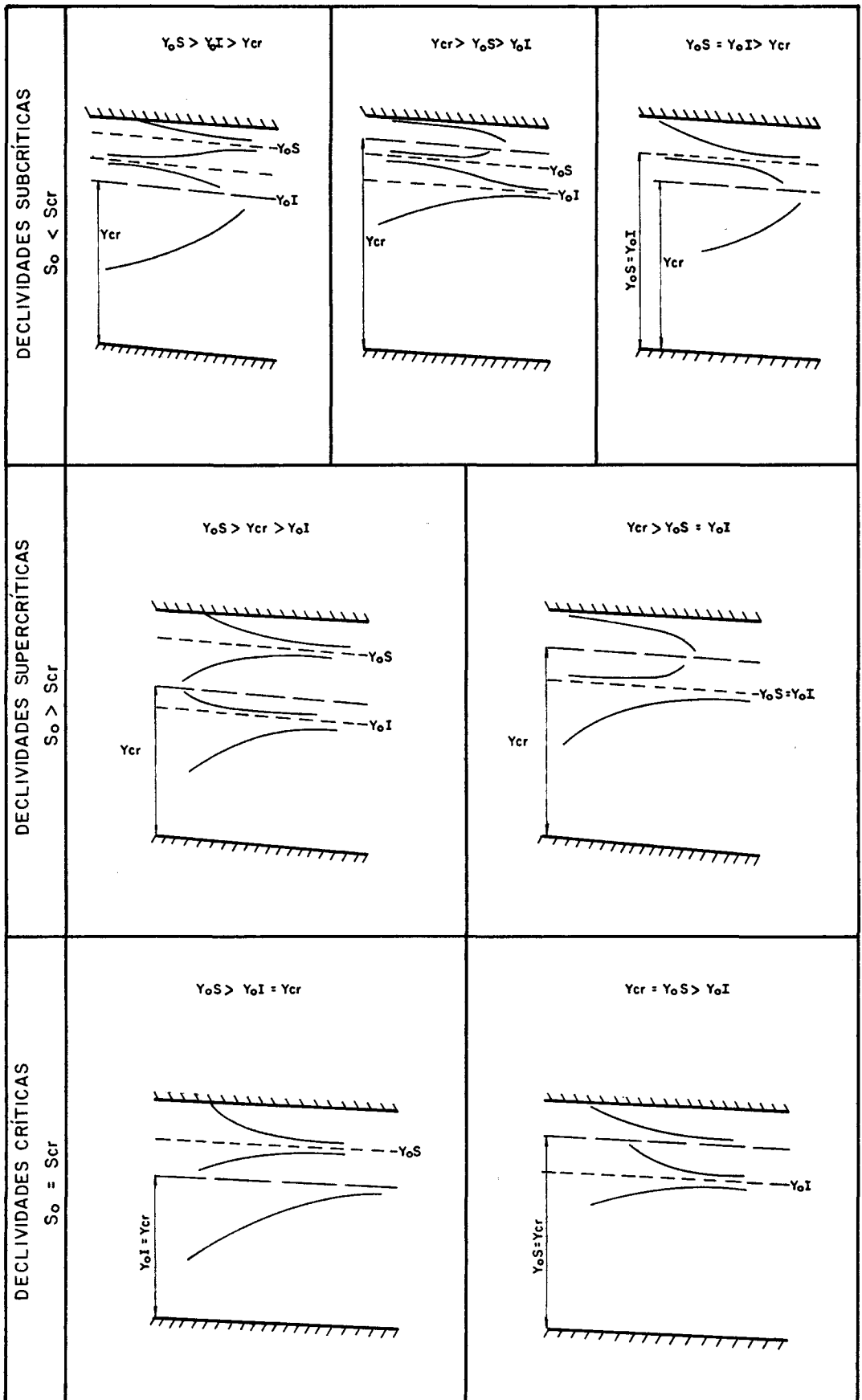
#### Declividades críticas (Perfis C)

Os perfis da linha de água em declividades críticas ocorrem nas seguintes situações:

- O tirante crítico é igual ao tirante normal inferior (declividade crítica inferior);
- O tirante crítico é igual ao tirante normal superior (declividade crítica superior).

A análise qualitativa dos perfis apresentados na Fig. III-7 pode ser realizada da mesma forma que a anterior, quando estudamos os casos clássicos.

Podemos verificar um total de 24 perfis viáveis de ocorrência em diferentes condições de declividade. Desse total, 18 ocorrem para as declividades subcríticas e supercríticas e 6 para as críticas.

FIG. III - 7 PERFIS DA LINHA DE ÁGUA ( $Y/D > 0.82$ )

Os perfis superiores de todos os casos, referem-se as transições entre o escoamento pleno a montante e a saída da tubulação onde o nível de água não atinge o topo da seção.

Convém salientar alguns pontos interessantes de caráter prático que caracterizam tais perfis:

- Quando a declividade é subcrítica, dependendo da rugosidade da tubulação, o escoamento na profundidade normal inferior é instável e tende a se estabilizar na profundidade normal superior;
- Quando ocorre um controle a jusante que se afasta da profundidade normal superior no sentido do topo da seção, a tendência que se verifica é o remanso gradativo para montante e o enchimento da tubulação.

## CAPÍTULO IV

## Métodos

## IV.1 Método Direto

O método direto (7) se baseia no equacionamento do balanço de energia entre duas seções próximas de um canal prismático sob escoamento permanente gradualmente variado.

Considerando duas seções transversais próximas, o balanço de energia pode ser equacionado da seguinte forma:

$$S_o \Delta x + Y_1 + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = Y_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \overline{S_f} \Delta x$$

onde:

$Y_1$  - profundidade da seção de montante;

$Y_2$  - profundidade da seção de jusante;

$V_1$  e  $V_2$  - velocidades médias do escoamento nas seções 1 e 2, respectivamente;

$S_o$  - declividade do canal;

$\overline{S_f}$  - declividade média da linha de energia entre as duas seções;

$\alpha_1$  e  $\alpha_2$  - coeficientes de Coriolis;

$\Delta x$  - distância entre as duas seções, medida ao longo do fundo do canal.

Sabemos que:

$$E = Y + \alpha \frac{V^2}{2g} \quad (\text{IV-2})$$

onde E - energia específica.

Com base na Eq. IV-2 e considerando  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ , podemos escrever:

$$\Delta x = \frac{E_2 - E_1}{S_0 - \overline{S_f}} = \frac{\Delta E}{S_0 - \overline{S_f}} \quad (\text{IV-3})$$

onde  $\overline{S_f}$  - valor médio das declividades da linha de energia entre duas seções.

O método direto apresenta uma formulação simples e de fácil aplicabilidade desde que as relações geométricas da seção transversal e a profundidade do escoamento se constituam em expressões pouco trabalhosas. No caso das seções circulares tais expressões são complexas e muitas vezes tornam os cálculos demorados e cansativos. Por outro lado, o método é mais prático sob o ponto de vista de computação eletrônica para a avaliação de curvas de remanso, fornecendo inclusive, as principais características hidráulicas a cada seção.

#### IV.2 Método de Keifer e Chu

A metodologia de Clint J. Keifer e Henry Hsien Chu<sup>5</sup>, dois engenheiros do escritório de engenharia do Departamento de Obras Públicas de Chicago, foi desenvolvida basicamente para avaliação da configuração de curvas de remanso em canais circulares.

Os autores do método propõe a integração da equação dinâmica do escoamento permanente gradualmente variado utilizando certos artifícios que passaremos a expor.

Fazendo referência à Eq. III-5 apresentada anteriormente temos:

$$dx = \frac{1 - \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3}}{S_0 - S_f} dy \quad (\text{IV-4})$$

O método procura remover alguns parâmetros de dentro do integrando de forma que a integração numérica possa ser efetuada somente no intervalo de variação de um único parâmetro.

Assim, fazendo que os parâmetros adimensionais  $Y/D$  e  $x/D$  representem a profundidade e o comprimento ao longo de um canal circular, vem:

$$d\left(\frac{x}{D}\right) = \frac{1 - \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3}}{S_0 - S_f} d\left(\frac{Y}{D}\right) \quad (\text{IV-5})$$

Considerando que  $Q_p$  seja a vazão obtida para o escoamento a plena seção com declividade do fundo do canal igual a  $S_0$ , temos:

$$Q_p = K_p \sqrt{S_0} \quad (\text{IV-6})$$

onde  $K_p$  é o fator de condução a seção plena.

Por outro lado considerando as condições do escoamento permanente, vem:

$$Q = K \sqrt{S_f} = K_p \sqrt{S_p} = K_o \sqrt{S_0} \quad (\text{IV-7})$$

onde:

$K$  - fator de condução para o escoamento permanente gradualmente variado;

$K_o$  - fator de condução para o escoamento permanente uniforme;

$S_f$  - gradiente de energia do escoamento permanente gradualmente varia  
do;

$S_p$  - gradiente de energia do escoamento permanente a seção plena.

Portanto podemos escrever:

$$S_f = S_p \left( \frac{K_p}{K} \right)^2 = S_o \left( \frac{Q}{Q_p} \right)^2 \left( \frac{K_p}{K} \right)^2 \quad (\text{IV-8})$$

Verifica-se que a relação  $(K_p/K)^2$  é uma função somente de  $Y/D$ .

Portanto podemos escrever:  $\left( \frac{K_p}{K} \right)^2 = f_1 (Y/D)$

Fazendo  $a = Q/Q_p$  e substituindo na Eq. IV-8 vem:

$$S_f = S_o a^2 f_1 \left( \frac{Y}{D} \right) \quad (\text{IV-9})$$

Sabemos que  $Q_{cr} = Z_{cr} \sqrt{g}$  (vazão crítica para uma profundidade  $Y$ , qualquer, do escoamento gradualmente variado).

onde:

$$Z_{cr} = \sqrt{A^3/T}, \text{ também é função somente de } Y/D$$

$$\text{assim: } Z_{cr}^2 = A^3/T$$

dividindo por  $D^5$  e multiplicando por  $g$  (aceleração da gravidade) vem:

$$\frac{g A^3}{T D^5} = f_2 (Y/D)$$

logo:

$$f_2 \left( \frac{Y}{D} \right) = \frac{Q_{cr}^2}{D^5} \quad (IV-10)$$

As funções  $f_1 (Y/D)$  e  $f_2 (Y/D)$  são chamadas funções do escoamento variado em  $Y/D$  para canais de seção circular.

Substituindo as Eqs. IV-9 e IV-10 na Eq. IV-5 e fazendo  $\alpha \approx 1$ , temos:

$$d \left( \frac{x}{D} \right) = \frac{1}{S_0} \left[ \frac{1 - \frac{Q^2}{D^5 f_2 (Y/D)}}{a^2 f_1 \left( \frac{Y}{D} \right) - 1} \right] d \left( \frac{Y}{D} \right) \quad (IV-11)$$

Assim a distância entre duas seções cujas as profundidades foram previamente fixadas será obtida pela integração da Eq. IV-11, isto é:

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= \frac{D}{S_0} \int_{Y_1/D}^{Y_2/D} \frac{1}{a^2 f_1 \left( \frac{Y}{D} \right) - 1} d(Y/D) - \\ &- \frac{Q^2}{S_0 D^4} \int_{Y_1/D}^{Y_2/D} \frac{1}{f_2 \left( \frac{Y}{D} \right) \left[ a^2 f_1 \left( \frac{Y}{D} \right) - 1 \right]} d(Y/D) \end{aligned} \quad (IV-12)$$

fazendo:

$$\phi \left( \frac{Y}{D}, a \right) = \int_0^{Y/D} \frac{1}{a^2 f_1 \left( \frac{Y}{D} \right) - 1} d(Y/D) \quad (IV-13)$$



$$\psi \left( \frac{Y}{D}, a \right) = \int_0^{Y/D} \frac{1}{f_2(Y/D) \left[ a^2 f_1(Y/D) - 1 \right]} d(Y/D) \quad (\text{IV-14})$$

e substituindo na Eq. IV-26 vem:

$$x_2 - x_1 = \frac{D}{S_0} (\phi_2 - \phi_1) - \frac{Q^2}{S_0 D^4} (\psi_2 - \psi_1) \quad (\text{IV-15})$$

as funções  $\phi$  e  $\psi$  foram tabeladas por Keifer e Chu e são apresentadas na Ref. 5.

- Observações com relação à utilização das tabelas:

a) Convém salientar que a função  $\psi$  não é adimensional face a inclusão do valor da aceleração da gravidade na expressão de  $f_2(Y/D)$ .

Portanto um fator de correção deve ser aplicado quando da utilização do Sistema Internacional de Unidades. Por outro lado a função  $\phi$  é adimensional e utilizável em qualquer sistema de unidades.

b) Na equação  $S_f = S_0 (Q/Q_p)^2 (K_p/K)^2$ , podemos verificar que quando  $S_f = S_0$  significa que  $(Q/Q_p)^2 (K_p/K)^2 = 1$  e portanto  $a^2 f_1(Y/D) = 1$ . Dessa forma fica caracterizado o movimento permanente uniforme, uma vez que  $\Delta x$  seria infinito e logo necessitaríamos de uma distância infinitamente grande para atingir a profundidade normal. Quando  $Q/Q_p$  é igual a unidade ( $a^2 = 1$ ) verificamos que o movimento permanente uniforme se dará a uma profundidade normal em torno de  $Y/D \approx 0.82$  já que, a essa profundidade  $K_p/K \approx 1$ .

Se o valor de  $Q/Q_p$  é menor que 1, podemos constatar que sempre haverá um valor de  $K_p/K$  que fará  $a^2 f_1 (Y/D)$  igual a unidade e portanto, caracterizando o escoamento normal. Por outro lado, observamos que o maior valor para a relação  $Q/Q_p$  dado um determinado  $So$ , fica em torno de 1.07 para  $Y/D \approx 0.94$ . A essa profundidade teremos a vazão máxima possível sob escoamento permanente uniforme. Caso tenhamos uma curva de remanso cuja a profundidade no extremo jusante seja superior aquela correspondente a máxima vazão do escoamento uniforme o correndo a montante, a tubulação se encherá rapidamente permitindo então valores de  $Q/Q_p$  maiores que 1.07.

Nas tabelas produzidas por Keifer e Chu, a linha reforçada representa exatamente os limites dos valores de  $Y/D$  que fazem  $a^2 f_1 (Y/D) = 1$  e portanto caracteriza o escoamento permanente uniforme. Dessa forma, não será correta a interpolação de valores através dessa linha;

- c) Como a função  $\psi$  é semelhante à função  $\phi$ , apenas com a introdução de  $f_2 (Y/D)$  valem os mesmos comentários e análises conceituais apresentados no item b;
- d) A FIG. IV-1, apresenta a configuração geral das funções  $a^2 f_1 (Y/D)$  e  $1/(a^2 f_1 (Y/D) - 1)$ , tornando possível a visualização global do comportamento que caracteriza as funções  $\phi$  e  $\psi$ . Uma análise da figura possibilitará também um melhor entendimento dos conceitos matemáticos do método.

Finalizando, convém colocar que o equacionamento apresentado é válido somente para as declividades positivas, tanto subcríticas, críticas ou supercríticas. Por outro lado, com relação às declividades adversas, novas tabelas devem ser elaboradas pelo fato de que  $So$  é negativo. Com relação às declividades nulas, isto é  $So = 0$ , teremos  $a = \infty$  e a Eq. IV-15 fica sem significado.

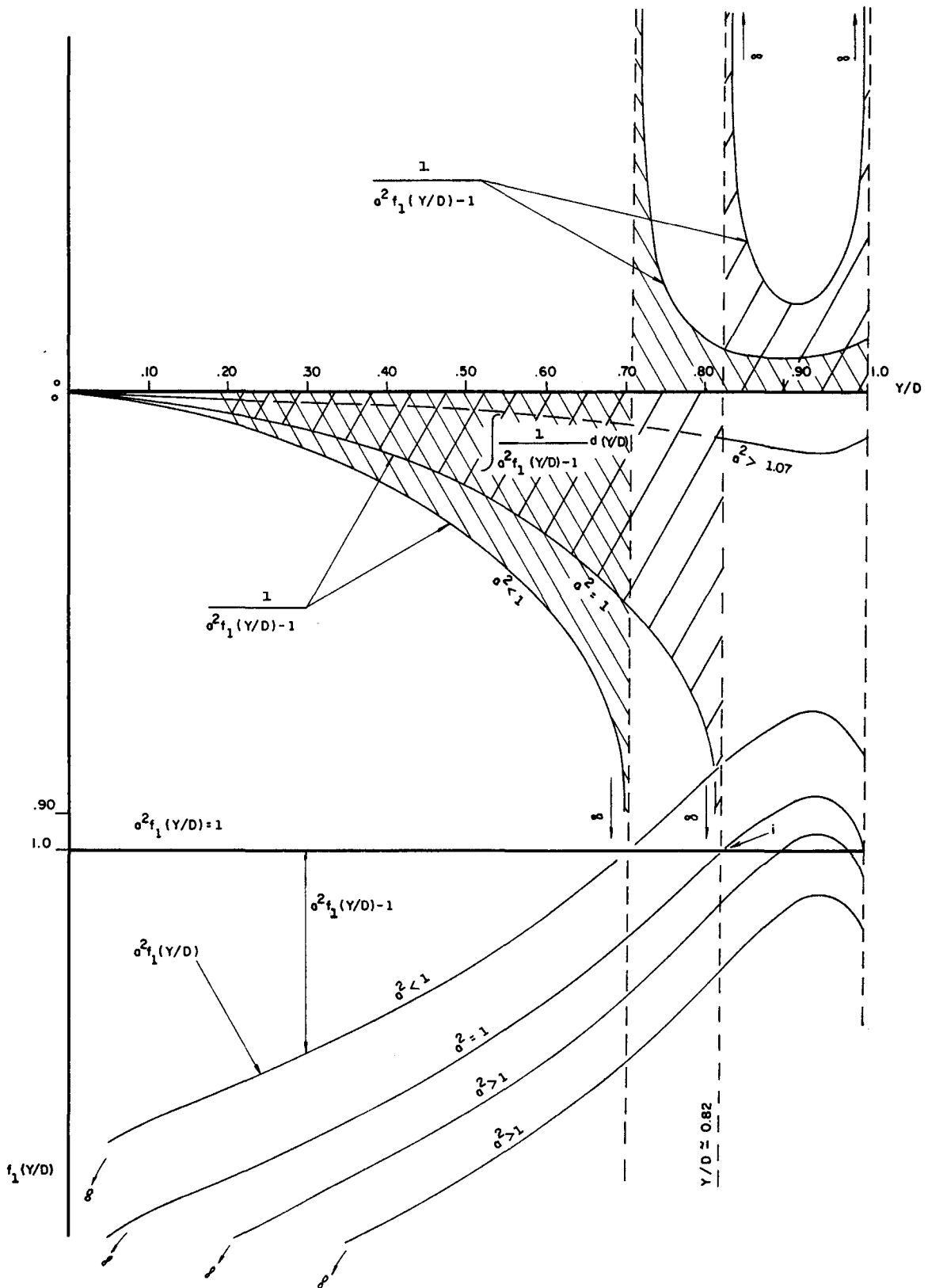


FIG. IV - 1 VARIAÇÃO DAS FUNÇÕES  $\sigma^2 f_1(Y/D)$  E  $1/(\sigma^2 f_1(Y/D) - 1)$   
METODO KEIFER E CHU

### IV.3 Método de Keifer e Chu modificado

O método de Keifer e Chu modificado é uma revisão do método original, realizado por Chandra Nalluri e John Tomlinson<sup>6</sup> da Universidade de New Castle.

A principal modificação foi a utilização do ângulo central  $\theta$  no lugar da variável adimensional  $Y/D$  para os limites de integração. Portanto, as funções do escoamento variado são colocadas em função de  $\theta$  e não mais de  $Y/D$ .

Com base na Eq. III-7, obtemos:

$$dx = \frac{T - F^2}{S_o - S_f} dy \quad (IV-16)$$

onde  $F$  é o número de Froude

$$F = \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3}$$

Com relação à geometria de uma seção circular, tomando como referência o ângulo  $\theta$ , cujo o vértice está sobre o ponto central da seção e os lados tocando as extremidades da superfície da água junto a mesma, temos:

$$\text{Área molhada: } A = \frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta) \quad (IV-17)$$

$$\text{Perímetro molhado: } P = D\theta/2 \quad (IV-18)$$

$$\text{Largura na superfície: } T = D \sin \frac{\theta}{2} \quad (IV-19)$$

$$\text{Profundidade máxima: } Y = \frac{D}{2} (1 - \cos \frac{\theta}{2}) \quad (IV-20)$$

da Eq. IV-20 vem:  $dy = \frac{D}{4} \sin \frac{\theta}{2} d\theta$

Da Eq. IV-8 do item anterior vem:

$$S_f = S_p \left( \frac{K_p}{K} \right)^2$$

$$S_f = S_o \left( \frac{Q}{Q_p} \right)^2 \left( \frac{K_p}{K} \right)^2$$

$$S_f = S_o a^2 \left( \frac{K_p}{K} \right)^2$$

onde:

$K$  - fator de condução do escoamento permanente gradualmente variado;

$K_p$  - fator de condução a seção plena.

Colocando o fator de condução em função do ângulo  $\theta$  vem:

$$K = \frac{AR^{2/3}}{\mu} = \frac{1}{\mu} \frac{D^2}{8} (\theta - \sin \theta) \left[ \frac{D (\theta - \sin \theta)}{4 \theta} \right]^{2/3} \quad (IV-21)$$

$$K_p = \frac{1}{\mu} \frac{\pi D^2}{4} \left( \frac{D}{4} \right)^{2/3} \quad (IV-22)$$

portanto vem:

$$\left( \frac{K_p}{K} \right)^2 = 4\pi^2 \left[ \frac{\theta}{(\theta - \sin \theta)^{5/2}} \right]^{4/3} \quad (IV-23)$$

$$\text{Da mesma forma } \frac{\bar{I}}{A^3} = \frac{512 \sin \theta/2}{D^5 (\theta - \sin \theta)^3} \quad (IV-24)$$

Substituindo as Eqs. IV-23 e IV-24 na Eq. IV-16 vem:

$$dx = \frac{D}{4S_0} \left\{ \frac{\sin \frac{\theta}{2} d\theta}{\left[ a^2 f_1(\theta) - 1 \right]} \right\} - \frac{128 \alpha Q^2}{g D^4 S_0} \left\{ \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2} d\theta}{\left[ a^2 f_1(\theta) - 1 \right] f_2(\theta)} \right\} \quad (\text{IV-25})$$

onde:

$$f_1(\theta) = 4\pi^2 \left[ \frac{\theta}{(\theta - \sin \theta)^{5/2}} \right]^{4/3} \quad (\text{IV-26})$$

$$f_2(\theta) = (\theta - \sin \theta)^3 \quad (\text{IV-27})$$

Integrando a Eq. IV-25 vem:

$$x_2 - x_1 = \frac{D}{4S_0} (G_2 - G_1) - \frac{128 \alpha Q^2}{g D^4 S_0} (H_2 - H_1) \quad (\text{IV-28})$$

onde:

$$G = \int \frac{\sin \theta/2}{a^2 f_1(\theta) - 1} d\theta \quad (\text{IV-29})$$

$$H = \int \frac{\sin^2 \theta/2}{f_2(\theta) \left[ a^2 f_1(\theta) - 1 \right]} d\theta \quad (\text{IV-30})$$

As funções  $f_1(\theta)$  e  $f_2(\theta)$  são chamadas funções do escoamento variado em  $\theta$  para canais de seção circular.

Portanto, o presente método é uma adaptação do método de Keifer e Chu utilizando o ângulo  $\theta$  em vez do valor de  $Y/D$ . Assim verificamos que os coeficientes das funções  $G$  e  $H$  diferem para aqueles da formulação original de Keifer e Chu apenas na forma de apresentação. Logo podemos relacionar as funções de integração da seguinte maneira:

$$\phi = G/4$$

$$\psi = \frac{128\alpha}{g} H$$

Uma das vantagens do Método de Keifer e Chu modificado é a característica a dimensional das funções  $G$  e  $H$ . Isso pode ser verificado pela relação entre  $\psi$  e  $H$  onde a aceleração da gravidade não é parte integrante dessa última.

Os valores das funções  $G$  e  $H$  em função da relação  $\theta/2\pi$  e do valor de " $a^2$ " para declividades ( $S_o$ ) positivas no sentido do escoamento, foram tabeladas e são apresentadas na Ref. 6.

Tanto para as funções  $\psi$  e  $\phi$  do método original de Keifer e Chu como para as funções  $G$  e  $H$ , valem as observações relativas à utilização das tabelas quando o escoamento se aproxima da profundidade normal. (vide item de observações do método original de Keifer e Chu).

Quando a declividade do fundo do canal ( $S_o$ ) for nula, podemos verificar que a Eq. IV-25 fica sem significado. Por outro lado, quando  $S_o$  for negativo no sentido do escoamento (declividades adversas) constatamos que  $a^2$  tem de ser negativo e portanto novas tabelas devem ser elaboradas para a determinação de  $G$  e  $H$ .

#### IV.4 Métodos dos ângulos

O método dos ângulos se caracteriza basicamente pela eliminação da relação  $Q/Q_p$  no desenvolvimento das funções variadas do escoamento. Como veremos a diante, tal procedimento possibilitará o uso da metodologia para declivida des do fundo do canal tanto positivas como nulas. Por outro lado a determinação de curvas de remanso em canais com declividade adversa não é possível. O método se baseia nos artifícios apresentados na Ref. 6.

Com base na Eq. III-5, podemos escrever:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - \frac{Q^2 \mu^2}{A^2 R^{4/3}}}{1 - \alpha \frac{Q^2 T}{g A^3}} \quad (\text{IV-31})$$

Utilizando as expressões geométricas das seções circulares em função do ân gulo central  $\theta$  (Eqs. IV-17, IV-18 e IV-19), vem:

$$\frac{Q^2 \mu^2}{A^2 R^{4/3}} = \frac{Q^2 \mu^2 2^{26/3} \theta^{4/3}}{D^{16/3} (\theta - \text{sen } \theta)^{10/3}} = Sf \quad (\text{IV-32})$$

onde  $Sf$  - declividade da linha de energia.

Quando o escoamento é permanente e uniforme vem,  $Sf = S_o$ , logo:

$$\frac{Q^2 \mu^2 2^{26/3}}{D^{16/3} S_o} = \frac{(\theta_o - \text{sen } \theta_o)^{10/3}}{\theta_o^{4/3}} = W_o \quad (\text{IV-33})$$



Das Eqs. IV-32 e IV-33, vem:

$$S_f = S_o \frac{W_o}{W} \quad (\text{IV-34})$$

onde, como vimos anteriormente:

$$W = \frac{(\theta - \text{sen } \theta)^{10/3}}{\theta^{4/3}}$$

temos:

$$\frac{\alpha Q^2 T}{g A^3} = \frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{512 \text{ sen } \frac{\theta}{2}}{D^5 (\theta - \text{sen } \theta)^3} \quad (\text{IV-35})$$

Como para a profundidade crítica, o número de Froude é igual a unidade, temos:

$$F_{cr}^2 = \frac{\alpha Q_{cr}^2 T_{cr}}{g A_{cr}^3} = 1 \quad (\text{IV-36})$$

Portanto para o escoamento crítico podemos escrever:

$$\frac{\alpha Q^2}{g} \cdot \frac{512 \text{ sen } \frac{\theta_{cr}}{2}}{D^5 (\theta_{cr} - \text{sen } \theta_{cr})^3} = 1 \quad (\text{IV-37})$$

Assim, temos:

$$512 \frac{\alpha Q^2}{g D^5} = \frac{(\theta_{cr} - \text{sen } \theta_{cr})^3}{\text{sen } \frac{\theta_{cr}}{2}} = U_{cr} \quad (\text{IV-38})$$

Da Eq. IV-37, vem:

$$\frac{\alpha Q^2}{g} = \frac{D^5}{512} \frac{(\theta_{cr} - \text{sen } \theta_{cr})^3}{\text{sen } \frac{\theta_{cr}}{2}} \quad (\text{IV-39})$$

Substituindo na Eq. IV-35, e simplificando vem:

$$\frac{\alpha Q^2_T}{g A^3} = \frac{U_{cr} \text{sen } \frac{\theta}{2}}{(\theta - \text{sen } \theta)^3} = \frac{U_{cr}}{U} \quad (\text{IV-40})$$

sendo:

$$U = \frac{(\theta - \text{sen } \theta)^3}{\text{sen } \frac{\theta}{2}} \quad (\text{IV-41})$$

Substituindo as expressões acima, na Eq. IV-31, temos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o \left(1 - \frac{W_o}{W}\right)}{1 - \frac{U_{cr}}{U}} \quad (\text{IV-42})$$

Sabemos que  $Y = \frac{D}{2} (1 - \cos \frac{\theta}{2})$

$$\text{logo: } dy = \frac{D}{4} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2} d\theta \quad (\text{IV-43})$$

temos que:

$$dx = \frac{1 - \frac{U_{cr}}{U}}{S_o \left(1 - \frac{W_o}{W}\right)} dy \quad (\text{IV-44})$$

Rearranjando a Eq. IV-44 com auxílio das Eqs. IV-38 e IV-41, obtemos:

$$dx = \frac{D}{4S_o} \frac{W \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}}{W - W_o} d\theta - \frac{128 \alpha Q^2}{g D^4 S_o} \frac{W \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}}{U (W - W_o)} d\theta \quad (\text{IV-45})$$

Integrando entre dois valores de  $\theta$ , vem:

$$x_2 - x_1 = \frac{D}{4S_o} \int_{\theta_1}^{\theta_2} V d\theta - \frac{128 \alpha Q^2}{g D^4 S_o} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{V}{U} d\theta \quad (\text{IV-46})$$

onde:

$$V = \frac{W \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}}{W - W_o}$$

A Eq. IV-46 deve ser resolvida passo a passo, com auxílio das funções  $W$ ,  $U$  e  $\operatorname{sen} \theta/2$  cujos valores são apresentados nas tabelas IV-1, IV-2 e IV-3 em função de  $Y/D$ . A tabela IV-4 apresenta os valores de  $\theta$  correspondente a  $\underline{di}$

TABELA IV-1 - Função W

Y/D	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0	0	0	0.0001	0.0004	0.0009	0.0020	0.0038	0.0067	0.0110
0.1	0.0172	0.0257	0.0369	0.0516	0.0701	0.0933	0.1217	0.1561	0.1972	0.2458
0.2	0.3027	0.3688	0.4447	0.5314	0.6298	0.7408	0.8651	1.0040	1.1570	1.3270
0.3	0.5140	0.7180	0.9410	2.1840	2.4460	2.7290	3.0340	3.3620	3.7120	4.0850
0.4	4.4830	4.9060	5.3530	5.8260	6.3250	6.8490	7.4000	7.9780	8.5820	9.2130
0.5	9.8700	10.5500	11.2600	12.0000	12.7600	13.5400	14.3500	15.1900	16.0400	16.9200
0.6	17.8200	18.7400	19.6800	20.6300	21.6000	22.5900	23.5900	24.6000	25.6100	26.6400
0.7	27.6700	28.7100	29.7400	30.7800	31.8100	32.8300	33.8400	34.8400	35.8200	36.7800
0.8	37.7200	38.6300	39.5100	40.3500	41.1600	41.9200	42.6300	43.2800	43.8700	44.4000
0.9	44.8400	45.2100	45.4800	45.6400	45.6800	45.5800	45.3100	44.8400	44.0800	42.8600
1.0	39.4800	-	-	-	-	-	-	-	-	-

TABELA IV-2 - Função U

Y/D	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0	0	0.0001	0.0005	0.0015	0.0037	0.0077	0.0142	0.0241	0.0384
0.1	0.0583	0.0850	0.1199	0.1644	0.2202	0.2890	0.3726	0.4730	0.5920	0.7319
0.2	0.8949	1.0830	1.2990	1.5460	1.8250	2.1400	2.4930	2.8880	3.3260	3.8120
0.3	4.3470	4.9360	5.5820	6.2870	7.0560	7.8910	8.7970	9.7760	10.8300	11.9700
0.4	13.1900	14.5700	15.9100	17.4100	19.0200	20.7300	22.5400	24.4800	26.5300	28.7000
0.5	31.0100	33.4400	36.0200	38.7300	41.6000	44.6200	47.8000	51.1500	54.6700	58.3600
0.6	62.2400	66.3200	70.6000	75.0800	79.7800	84.7100	89.8700	95.2900	101.00	106.90
0.7	113.10	119.70	126.50	133.70	141.20	149.10	157.50	166.20	175.50	185.30
0.8	195.60	206.50	218.20	230.60	243.90	258.30	273.70	290.60	309.00	329.40
0.9	352.20	378.00	407.70	442.60	484.80	537.70	607.80	708.10	873.20	1240.0
1.0	∞	-	-	-	-	-	-	-	-	-

TABELA IV-3 - Valores de  $\sin (\theta/2)$ 

Y/D	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0	0.1990	0.2800	0.3412	0.3919	0.4359	0.4750	0.5103	0.5426	0.5724
0.1	0.6000	0.6258	0.6499	0.6726	0.6940	0.7141	0.7332	0.7513	0.7684	0.7846
0.2	0.800	0.8146	0.8285	0.8417	0.8542	0.8660	0.8773	0.8879	0.8980	0.9075
0.3	0.9165	0.9250	0.9330	0.9404	0.9474	0.9539	0.9600	0.9656	0.9708	0.9755
0.4	0.9798	0.9837	0.9871	0.9902	0.9928	0.9950	0.9968	0.9982	0.9992	0.9998
0.5	1.000	0.9998	0.9992	0.9982	0.9968	0.9950	0.9928	0.9902	0.9871	0.9837
0.6	0.9798	0.9755	0.9708	0.9656	0.9600	0.9539	0.9474	0.9404	0.9330	0.9250
0.7	0.9165	0.9075	0.8980	0.8879	0.8773	0.8660	0.8542	0.8417	0.8285	0.8146
0.8	0.8000	0.7846	0.7684	0.7513	0.7332	0.7141	0.6940	0.6726	0.6499	0.6258
0.9	0.6000	0.5724	0.5426	0.5103	0.4750	0.4359	0.3919	0.3412	0.2800	0.1990
1.0	0	-	-	-	-	-	-	-	-	-

TABELA IV-4 - Valores de  $\theta$  em Radianos

Y/D	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0	0.4007	0.5676	0.6963	0.8054	0.9021	0.9899	1.071	1.147	1.219
0.1	1.287	1.352	1.415	1.475	1.534	1.591	1.648	1.700	1.753	1.804
0.2	1.855	1.904	1.953	2.001	2.048	2.094	2.140	2.186	2.230	2.275
0.3	2.319	2.362	2.405	2.448	2.490	2.532	2.574	2.616	2.657	2.698
0.4	2.739	2.780	2.820	2.861	2.901	2.941	2.981	3.022	3.062	3.102
0.5	3.142	3.182	3.222	3.262	3.302	3.342	3.382	3.423	3.463	3.504
0.6	3.544	3.585	3.626	3.668	3.709	3.751	3.793	3.835	3.878	3.921
0.7	3.965	4.008	4.053	4.098	4.143	4.189	4.235	4.282	4.330	4.379
0.8	4.429	4.479	4.531	4.583	4.637	4.692	4.749	4.808	4.868	4.931
0.9	4.996	5.064	5.136	5.212	5.293	5.381	5.478	5.587	5.716	5.882
1.0	6.283	-	-	-	-	-	-	-	-	-

versos  $Y/D$ .

Para canais circulares com declividade nula o problema pode ser resolvido, fazendo  $S_o = 0$  na Eq. IV-31.

Dessa forma, temos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\frac{Q^2 \mu^2}{A^2 R^{4/3}}}{1 - \frac{\alpha Q^2 T}{g A^3}} \quad (\text{IV-47})$$

Com base nas Eqs. IV-32 e IV-40, podemos escrever:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-\frac{Q^2 \mu^2 2^{26/3}}{D^{16/3} W}}{1 - \frac{U_{cr}}{U}} \quad (\text{IV-48})$$

Desenvolvendo e simplificando vem:

$$dx = \frac{128 \alpha}{g D^4} C \frac{W}{U} \sin \frac{\theta}{2} d\theta - \frac{D}{4Q^2} C W \sin \frac{\theta}{2} d\theta \quad (\text{IV-49})$$

onde:

$$C = \frac{D^{16/3}}{\mu^2 2^{26/3}}$$



Da mesma forma, a Eq. IV-49, deve ser resolvida passo a passo com a utilização das referidas tabelas.

Conforme se verificou, o método dos ângulos permite a avaliação das curvas de remanso tanto para canais com declividade positiva quanto nula. Por outro lado, com a eliminação da relação  $Q/Q_p$ , os valores das integrais da Eq. IV-46 não podem ser tabeladas de forma geral, tendo em vista que para cada problema isolado teremos um valor de  $W_0$ . Isso, impõe a solução por cálculo passo a passo com pequenas variações do ângulo central  $\theta$ .

#### IV.5 Método da declividade crítica

O presente método (6) se baseia na reformulação da equação dinâmica do escoamento permanente gradualmente variado considerando uma relação entre os fatores de condução para qualquer seção do escoamento e aquele correspondente ao estado crítico.

O cálculo das curvas de remanso é realizado passo a passo em função da variação do ângulo central  $\theta$  e através da discretização da equação dinâmica.

Considerando que  $S_{cr}$  seja a declividade do canal que impõe para uma dada vazão uma profundidade crítica em escoamento permanente uniforme, temos:

$$Q = K_{cr} \sqrt{S_{cr}}$$

onde:  $K_{cr}$  - fator de condução no estado crítico do escoamento.

Por outro lado, para qualquer profundidade do escoamento permanente gradualmente variado, podemos escrever:

$$Q = K \sqrt{Sf}$$

onde:  $Sf$  é a declividade da linha de energia.

Portanto vem:

$$Sf = \left( \frac{K_{cr}}{K} \right)^2 S_{cr} \quad (IV-50)$$

Se substituirmos as Eqs. IV-40 e IV-50 na Eq. III-5, teremos:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_0 - \left( \frac{K_{cr}}{K} \right)^2 S_{cr}}{1 - \frac{U_{cr}}{U}} \quad (IV-51)$$

Substituindo a Eq. IV-38 na Eq. IV-51, simplificando e discretizando, vem:

$$\Delta x = \frac{D}{4} V^1 \Delta \theta - \frac{128 \alpha Q^2}{g D^4} \frac{V^1}{U} \Delta \theta \quad (IV-52)$$

onde:

$$V^1 = \frac{\sin \frac{\theta}{2}}{S_0 - \left( \frac{K_{cr}}{K} \right)^2 S_{cr}}$$

Pode-se verificar que a metodologia acima permite a avaliação de curvas de remanso para qualquer declividade (positiva, nula e negativa) sem que haja necessidade de modificações ou artifícios matemáticos.

A Eq. IV-52, deve ser calculada passo a passo com pequenas variações do ângulo central  $\theta$ . As tabelas IV-5 e IV-6, fornecem os valores de  $AR^{2/3}/D^{8/3}$  e  $Z/D^{5/2}$  e são de muita utilidade para aplicações práticas não só sob o ponto de vista do método em si, como também possibilita a determinação das profundidades normais e críticas com base nas seguintes equações:

$$A_o R_o^{2/3} = \frac{Q\mu}{S_o^{1/2}}$$

$$Z = \frac{Q}{\sqrt{g/\alpha}} \quad (\text{canais de pequena declividade}).$$

#### IV.6 Método da integração gráfica

Este método (7) é desenvolvido através da discretização da equação dinâmica e posterior integração gráfica da função  $dx/dy = f(Y)$ .

Partindo da Eq. III-16, temos:

TABELA IV-5 - Valores de  $AR^{2/3}/D^{8/3}$ 

Y/D	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0	0	0.0002	0.0005	0.0009	0.0015	0.0022	0.0031	0.0041	0.0052
0.1	0.0065	0.0079	0.0095	0.0113	0.0131	0.0151	0.0173	0.0196	0.0220	0.0246
0.2	0.0273	0.0301	0.0331	0.0362	0.0394	0.0427	0.0461	0.0497	0.0534	0.0572
0.3	0.0610	0.0650	0.0691	0.0733	0.0776	0.0820	0.0864	0.0910	0.0956	0.1030
0.4	0.1050	0.1099	0.1148	0.1197	0.1248	0.1298	0.1349	0.1401	0.1453	0.1506
0.5	0.1558	0.1611	0.1665	0.1718	0.1772	0.1826	0.1879	0.1933	0.1987	0.2041
0.6	0.2094	0.2147	0.2200	0.2253	0.2306	0.2358	0.2409	0.2460	0.2511	0.2560
0.7	0.2610	0.2658	0.2705	0.2752	0.2798	0.2842	0.2886	0.2928	0.2969	0.3008
0.8	0.3047	0.3083	0.3118	0.3151	0.3183	0.3212	0.3239	0.3264	0.3286	0.3305
0.9	0.3322	0.3335	0.3345	0.3351	0.3353	0.3349	0.3339	0.3322	0.3294	0.3248
1.0	0.3117	-	-	-	-	-	-	-	-	-

TABELA IV-6 - Função  $Z/D^{5/2}$ 

Y/D	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0	0.0001	0.0004	0.0010	0.0017	0.0027	0.0039	0.0053	0.0069	0.0087
0.1	0.0107	0.0129	0.0153	0.0179	0.0207	0.0238	0.0270	0.0304	0.0340	0.0378
0.2	0.0418	0.0460	0.0504	0.0550	0.0597	0.0647	0.0698	0.0751	0.0806	0.0863
0.3	0.0922	0.0982	0.1044	0.1108	0.1174	0.1241	0.1311	0.1382	0.1455	0.1529
0.4	0.1605	0.1683	0.1763	0.1844	0.1927	0.2012	0.2098	0.2186	0.2276	0.2368
0.5	0.2461	0.2556	0.2652	0.2750	0.2850	0.2952	0.3055	0.3161	0.3268	0.3376
0.6	0.3487	0.3599	0.3713	0.3829	0.3947	0.4068	0.4190	0.4314	0.4440	0.4569
0.7	0.4700	0.4834	0.4971	0.5110	0.5252	0.5397	0.5546	0.5698	0.5854	0.6015
0.8	0.6181	0.6351	0.6528	0.6712	0.6903	0.7102	0.7312	0.7533	0.7769	0.8021
0.9	0.8294	0.8592	0.8923	0.9297	0.9731	1.0250	1.0900	1.1760	1.3600	1.5560
1.0	$\infty$	-	-	-	-	-	-	-	-	-

$$\frac{dx}{dy} = \frac{1}{S_0} \frac{1 - (Z_{cr}/Z)^2}{1 - (K_0/K)^2} \quad (IV-53)$$

Pela equação acima verificamos que para cada valor viável do tirante de um dado perfil, teremos um valor de  $dx/dy$ . Se plotamos uma série de valores de  $Y$  contra  $dx/dy$ , as áreas entre dois pontos consecutivos fornecerão uma aproximação do valor da distância  $x$  entre as respectivas seções do escoamento.

Portanto temos:

$$dx = \int_{y1}^{y2} \frac{1}{S_0} \frac{1 - (Z_{cr}/Z)^2}{1 - (K_0/K)^2} dy \quad (IV-54)$$

O método pode ser aplicado tanto para canais prismáticos como para não prismáticos fornecendo uma boa aproximação para aquelas seções onde os expoentes hidráulicos não variem de forma significativa com a profundidade.

O valor do coeficiente de Coriollis pode ser considerado, tendo em vista que

$$Z_{cr} = Q / \sqrt{g/\alpha..}$$

#### IV.7 Método de Ven Te Chow

A metodologia de Ven Te Chow<sup>4</sup> é fundamentada basicamente na teoria de Bakhmeteff. A principal característica é a utilização dos fatores de seção do estado crítico e do movimento permanente uniforme em função das profundidades e dos expoentes hidráulicos M e N para representar a variação da energia cinética dentro da sistemática de integração da equação dinâmica.

Uma das formas anteriormente citadas para a equação dinâmica do escoamento permanente gradualmente variado (Eq. III-16), é:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (K_0/K)^2}{1 - (Z_{cr}/Z)^2}$$

onde:

$K_0$  - fator de condução do escoamento permanente uniforme;

$K$  - fator de condução do escoamento permanente gradualmente variado;

$Z_{cr}$  - fator de seção do estado crítico do escoamento;

$Z$  - valor de  $\sqrt{A^3/T}$  para o escoamento permanente gradualmente variado.

De uma maneira geral temos:

$$K = \frac{AR^{2/3}}{\mu} \quad Z = \sqrt{A^3/T}$$

$$K^2 = C_1 Y^N \quad Z^2 = C_2 Y^M$$

onde: C1 e C2 são coeficientes e N e M são os expoentes hidráulicos. Assim modelamos os valores de K e Z em função da profundidade do escoamento.

Se substituirmos na Eq. III-16 os valores de K e Z, obtemos:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - (Y_0/Y)^N}{1 - (Y_{cr}/Y)^M} \quad (IV-55)$$

Fazendo  $u = Y/Y_0$ , substituindo na equação acima e tirando o valor de dx vem:

$$dx = \frac{Y_0}{S_0} \left[ 1 - \frac{1}{1 - u^N} + \left( \frac{Y_{cr}}{Y_0} \right)^M \frac{u^N - M}{1 - u^N} \right] du \quad (IV-56)$$

Considerando que a variação da profundidade é lenta ao longo do comprimento do perfil da linha de água, pode-se assumir que os expoentes hidráulicos sejam constantes dentro dos limites de integração.

Integrando a Eq. IV-56, vem:

$$x = \frac{Y_0}{S_0} \left[ u - \int_0^u \frac{du}{1 - u^N} + \left( \frac{Y_{cr}}{Y_0} \right)^M \int_0^u \frac{u^N - M}{1 - u^N} du \right] + CTE \quad (IV-57)$$

$$\text{Tem-se: } F(u, N) = \int_0^u \frac{du}{1 - u^N} \quad (IV-58)$$

Fazendo  $V = u^{N/J}$ , onde  $J = N/(N - M + 1)$  e substituindo na expressão



da segunda integral temos:

$$\int_0^u \frac{u^N - M}{1 - u^N} du = \frac{J}{N} \int_0^v \frac{dv}{1 - v^J} = \frac{J}{N} F(v, J) \quad (\text{IV-59})$$

onde:

$$F(v, J) = \int_0^v \frac{dv}{1 - v^J} \quad (\text{IV-60})$$

As funções  $F(u, N)$  e  $F(v, J)$  são chamadas de funções variadas do escoamento.

Substituindo as Eqs. IV-58 e IV-59 na Eq. IV-57 vem:

$$x = \frac{Y_0}{S_0} \left[ u - F(u, N) + \left( \frac{Y_{cr}}{Y_0} \right)^M \frac{J}{N} F(v, J) \right] + \text{CTE} \quad (\text{IV-61})$$

onde:

$$u = \frac{Y}{Y_0}, \quad v = u^{N/J} \quad \text{e} \quad J = N/(N - M + 1)$$

Portanto a distância entre duas seções transversais ao escoamento poderá ser avaliada por:

$$L = x_2 - x_1 = \frac{Y_0}{S_0} \left\{ (u_2 - u_1) - \left[ F(u_2, N) - F(u_1, N) \right] + \right. \\ \left. + \left( \frac{Y_{cr}}{Y_0} \right)^M \frac{J}{N} \left[ F(v_2, J) - F(v_1, J) \right] \right\} \quad (IV-62)$$

No caso em que os expoentes hidráulicos variam significativamente para os valores das profundidades do trecho em estudo, convém trabalhar com subtrechos menores e adequados à utilização de valores médios de N e M que possam ser considerados constantes ao longo dos respectivos subtrechos.

No caso de seções circulares, os expoentes hidráulicos variam significativamente acima da relação Y/D igual a 0.70 para os valores de M e acima de Y/D igual a 0.10 para os valores de N. Dessa forma, para aplicação do método de Ven Te Chow a seções circulares, teremos que selecionar trechos cujos os expoentes hidráulicos variem de modo pouco significativo para as profundidades do escoamento.

Assim, considerando N o valor do expoente hidráulico para a profundidade do escoamento permanente uniforme ( $Y_0$ ), N o valor médio para o expoente das profundidades extremas do subtrecho sob escoamento gradualmente variado,  $M_{cr}$  o valor do expoente hidráulico para a profundidade crítica e M o valor médio para as profundidades extremas do referido subtrecho, vem:

$$\frac{dy}{dx} = S_0 \frac{1 - Y_0^{N_0}/Y^N}{1 - Y_{cr}^{M_{cr}}/Y^M} \quad (IV-63)$$

fazendo  $u = Y/Y_0^{N_0/N}$ , temos  $dy = Y_0^{N_0/N} du$

$$dx = \frac{Y_0 N_0 / N}{S_0} \left[ 1 - \frac{1}{1 - u^N} + \left( \frac{Y_{cr}^M}{Y_0 N_0 / N} \right)^M \frac{u^N - M}{1 - u^N} \right] du \quad (IV-64)$$

Seguindo o procedimento adotado anteriormente vem:

$$x = \frac{Y_0 N_0 / N}{S_0} \left[ u - F(u, N) + \left( \frac{Y_{cr}^M}{Y_0 N_0 / N} \right)^M \frac{J}{N} F(v, J) \right] + CTE \quad (IV-65)$$

onde:

$$u = Y/Y_0^{N_0/N} \quad v = u^{N/J}$$

$$J = N/(N - M + 1)$$

Dessa forma poderemos determinar a distância entre duas seções do escoamento gradualmente variado pela seguinte expressão:

$$L = x_2 - x_1 = \frac{Y_0 N_0 / N}{S_0} \left\{ (u_2 - u_1) - \left[ F(u_2, N) - F(u_1, N) \right] + \right. \\ \left. + \left( \frac{Y_{cr}^M}{Y_0 N_0 / N} \right)^M \frac{J}{N} \left[ F(v_2, J) - F(v_1, J) \right] \right\} \quad (IV-66)$$

## CAPÍTULO V

### Aplicação prática dos Métodos

#### V.1 Considerações Gerais

Com o objetivo de comparar os resultados e a praticidade de cada um dos métodos na avaliação de curvas de remanso, foram selecionadas três valores de diâmetro, vazão e declividade do fundo do canal ( $S_o$ ) com base nos seguintes requisitos:

- Diâmetros acima de 1.5 m;
- Velocidade média do escoamento no máximo igual a 3 m/s e no mínimo a 1.0 m/s;
- Declividades do canal inferiores a  $S_o = 0.10$  m/m. ( $\cos \theta \approx 1$ );
- Escoamento permanente uniforme com  $Y_o/D = 0.82$  (valor usual no projeto de canais circulares);
- Declividades da linha de energia ( $S_f$ ) apresentando razoável variabilidade acima da relação  $Y_o/D = 0.82$  para cada diâmetro selecionado (Ver de Figs. III-3 a III-5);
- Escoamento subcrítico ( $n^o$  de Froude menor que a unidade).

Assim, foram escolhidos os seguintes valores:

(Coeficiente de Manning = 0.013)

- $D = 2.00$  m ,  $Q = 5$  m<sup>3</sup>/s e  $S_o = 0.001078$  m/m;
- $D = 3.00$  m ,  $Q = 12$  m<sup>3</sup>/s e  $S_o = 0.000714$  m/m;
- $D = 4.00$  m ,  $Q = 25$  m<sup>3</sup>/s e  $S_o = 0.000668$  m/m.

Para as condições de escoamento crítico os valores da relação  $Y_{cr}/D$  são aproximadamente 0.75, 0.67 e 0.68 para  $D = 2.00$  m e  $Q = 5$  m<sup>3</sup>/s,  $D = 3.00$  m e  $Q = 12$  m<sup>3</sup>/s e  $D = 4.00$  m e  $Q = 25$  m<sup>3</sup>/s respectivamente.

Com relação à configuração dos perfis, foram selecionados os tipos M1 e M2 comumente encontrados no escoamento subcrítico.

Portanto, calculamos os perfis M1 e M2 para cada caso e por cada método, com exceção dos métodos de integração gráfica e de Ven Te Chow que foram aplicados apenas para o diâmetro de 3 metros.

No caso do perfil M1, consideramos uma lâmina de  $Y/D$  em torno de 0.94 para caracterização do controle de jusante. Já para o perfil M2, o controle é estabelecido pela própria lâmina crítica determinada pela vazão e a geometria adotada.

Em todos os casos, o canal foi considerado prismático e o coeficiente de Coriolis igual à unidade.

Os perfis foram avaliados entre a seção de controle e aquela cujo o tirante correspondesse a variação de 1% em torno do tirante do movimento permanente uniforme. Assim, consideramos os tirantes limite de montante iguais a  $1.01Y_0$  e  $0.99Y_0$  para os perfis M1 e M2 respectivamente. A localização das seções intermediárias variou em função dos valores de  $Y/D$  pré-fixados a intervalos de 0.01.

O escoamento é considerado suficientemente arejado com o objetivo de garantir a pressão atmosférica acima da superfície da linha de água e a validade das metodologias selecionadas sem necessidade de qualquer correção em função

dos possíveis efeitos de pressão e arraste entre as camadas ar e água.

## V.2 Método Direto

No intuito de facilitar os numerosos cálculos intermediários para o processamento do método direto, elaboramos um programa para máquina HP 11-C que nos permite em um pequeno intervalo de tempo determinar todo o perfil do escoamento, fornecendo as principais características hidráulicas a cada seção.

O programa e o modo de operação são apresentados no Quadro V-1.

A partir dos dados selecionados, as tabelas de V-1 a V-6 apresentam os resultados que compõe os diversos perfis M1 e M2.

- Equacionamento Geral: (Eq. IV-3)

$$\Delta x = \frac{E2 - E1}{S_o - \overline{S_f}} = \frac{\Delta E}{S_o - \overline{S_f}}$$

onde os índices 1 e 2 referem-se às seções de montante e jusante respetivamente.

# QUADRO V-1

Programa para HP 11-C para determinação de curvas de remanso em canais circulares pelo método direto.

TECLAS	VISOR				TECLAS	VISOR		
f CLEAR Progm	000				CHS	021		16
f LBL A	001	42	21	11	RCL 2	022	45	2
g CF 1	002	43	5	1	+	023		40
f LBL 2	003	42	21	2	STO 3 $\rightarrow$ $\theta$ - SEN $\theta$	024	44	3
ENTER	004			36	8	025		8
STO 0	005		44	0	$\div$	026		10
RCL 1 $\rightarrow$ (D)	006		45	1	RCL 1	027	45	1
$\div$	007			10	$gx^2$	028	43	11
2	008			2	x	029		20
x	009			20	STO f I	030	44	25
CHS	010			16	R/S $\rightarrow$ 1er A	031		31
1	011			1	RCL 3	032	45	3
+	012			40	4	033		4
ARC COS	013		43	24	$\div$	034		10
2	014			2	RCL 1	035	45	1
x	015			20	x	036		20
f RAD	016		42	3	RCL 2	037	45	2
STO 2 $\rightarrow$ $\theta$	017		44	2	$\div$	038		10
g RAD	018		43	8	R/S $\rightarrow$ 1er R	039		31
SIN	019			23	RCL 5 $\rightarrow$ (2/3)	040	45	5
g DEG	020		43	7	$Y^x$	041		14

(Continuação)

## QUADRO V-1

TECLAS	VISOR			TECLAS	VISOR		
RCL f I	042	45	25	+	064		40
x	043		20	STO 3 → E	065	44	3
R/S → 1er AR <sup>2/3</sup>	044		31	R/S → 1er E	066		31
1/x	045		15	g F ? 1	067	43	6
RCL 6 (Qμ)	046	45	6	GTO 5	068		22
x	047		20	RCL 2	069		45
gx <sup>2</sup>	048	43	11	STO 9	070		44
STO 2	049	44	2	RCL 3	071		45
R/S → 1er Sf	050		31	STO.1	072		44
RCL 6	051	45	6	R/S → Introduzir o 2º Y	073		
ENTER	052		36	g SF 1	074	43	4
RCL 7 → (μ)	053	45	7	GTO 2	075		22
÷	054		10	F LBL 5	076	42	21
RCL f I	055	45	25	RCL 9	077		45
÷	056		10	ENTER	078		
R/S → 1er V	057		31	RCL 2	079		45
gx <sup>2</sup>	058	43	11	+	080		
RCL 8 → (19.62)	059	45	8	2	081		
÷	060		10	÷	082		
RCL.0 → (α)	061	45	.0	R/S → 1er Sf	083		
x	062		20	CHS	084		
RCL 0	063	45	0	REC.2 → (So)	085	45	



(Continuação)

QUADRO V-1

TECLAS	VISOR		TECLAS	VISOR
+	086		40	
1/∞	087		15	
STO f I	088	44	25	
RCL.1	089	45	.1	
RCL 3	090	45	3	
-	091		30	
RCL f I	092	45	25	
x	093		20	
R/S → ler Δx	094		31	
STO+4 → ΣΔx	095	44	40	4
RCL 2	096		45	2
STO 9	097		44	9
RCL 3	098		45	3
STO.1	099		44	.1
R/S → Introduzir novo Y	100		31	
GTO 2	101	22	2	

OBS.: - Os valores entre parênteses devem ser guardados nas memórias indicadas;

- Para iniciar o programa, introduzir o primeiro Y (seção de controle) e apertar fA no módulo de operação.

TABELA - V-1

Método Direto - Perfil M1      D = 2.00 m      Q = 5 m<sup>3</sup>/s      So = 0.001078 m/m

Y/D	Y (m)	A <sub>2</sub> (m <sup>2</sup> )	R (m)	AR <sup>2/3</sup>	V (m/s)	E (m)	Sf (m/m)	$\overline{Sf}$ (m/m)	$\Delta x$ (m)
0.94	1.88	3.065	0.579	2.129	1.632	2.016	0.0009323		
0.93	1.86	3.045	0.584	2.128	1.642	1.997	0.0009331	0.0009327	125.49
0.92	1.84	3.024	0.589	2.124	1.654	1.979	0.0009364	0.0009348	126.22
0.91	1.82	3.002	0.593	2.118	1.666	1.961	0.0009420	0.0009392	129.13
0.90	1.80	2.978	0.596	2.109	1.679	1.944	0.0009496	0.0009458	134.38
0.89	1.78	2.954	0.599	2.099	1.693	1.926	0.0009592	0.0009544	142.44
0.88	1.76	2.928	0.601	2.086	1.708	1.909	0.0009706	0.0009649	154.25
0.87	1.74	2.902	0.604	2.072	1.723	1.891	0.0009839	0.0009773	171.54
0.86	1.72	2.874	0.605	2.057	1.740	1.874	0.000999	0.0009915	197.68
0.85	1.70	2.846	0.607	2.039	1.757	1.857	0.001016	0.00010075	240.02
0.84	1.68	2.817	0.608	2.021	1.775	1.841	0.0010347	0.00010253	317.72
0.83	1.66	2.787	0.608	2.001	1.794	1.824	0.0010553	0.0001045	501.30

$\Sigma \Delta x \approx$  2240 m

TABELA - V-2

Método Direto - Perfil M1

D = 3.00 m

Q = 12 m<sup>3</sup>/s

So = 0.000714 m/m

Y/D	Y (m)	A <sub>2</sub> (m <sup>2</sup> )	R (m)	AR <sup>2/3</sup>	V (m/s)	E (m)	Sf (m/m)	$\overline{Sf}$ (m/m)	$\Delta x$ (m)
0.94	2.82	6.895	0.868	6.277	1.740	2.974	0.0006177		
0.93	2.79	6.851	0.876	6.274	1.752	2.946	0.000618	0.000618	291.66
0.92	2.76	6.804	0.883	6.263	1.764	2.919	0.0006205	0.0006194	294.00
0.91	2.73	6.753	0.889	6.244	1.777	2.891	0.0006242	0.0006223	301.52
0.90	2.70	6.701	0.894	6.219	1.791	2.863	0.0006292	0.0006267	314.56
0.89	2.67	6.646	0.898	6.188	1.806	2.836	0.0006356	0.0006324	334.32
0.88	2.64	6.588	0.902	6.151	1.821	2.809	0.0006432	0.0006394	363.05
0.87	2.61	6.529	0.905	6.109	1.838	2.782	0.0006520	0.0006476	404.98
0.86	2.58	6.467	0.908	6.063	1.856	2.755	0.0006620	0.0006570	468.31
0.85	2.55	6.404	0.910	6.013	1.874	2.729	0.0006732	0.0006676	570.92
0.84	2.52	6.339	0.911	5.958	1.893	2.703	0.0006856	0.0006794	759.71
0.83	2.49	6.272	0.912	5.899	1.913	2.677	0.0006993	0.0006924	1208.9

 $\Sigma \Delta x \approx$ 

5312 m

TABELA - V-3

Método Direto - Perfil M1

D = 4.00 m

Q = 25 m<sup>3</sup>/s

So = 0.000668 m/m

Y/D	Y (m)	A <sub>2</sub> (m <sup>2</sup> )	R (m)	AR <sup>2/3</sup>	V (m/s)	E (m)	Sf (m/m)	$\overline{Sf}$ (m/m)	$\Delta x$ (m)
0.94	3.76	12.258	1.158	13.517	2.039	3.972	0.0005781		
0.93	3.72	12.180	1.168	13.511	2.053	3.935	0.0005786	0.0005783	415.38
0.92	3.68	12.095	1.177	13.487	2.067	3.898	0.000581	0.0005796	418.66
0.91	3.64	12.006	1.185	13.447	2.082	3.861	0.0005841	0.0005824	429.27
0.90	3.60	11.912	1.192	13.393	2.099	3.824	0.0005888	0.0005865	447.79
0.89	3.56	11.814	1.198	13.326	2.116	3.788	0.0005948	0.0005918	475.87
0.88	3.52	11.712	1.203	13.247	2.135	3.752	0.0006019	0.0005983	516.75
0.87	3.48	11.606	1.207	13.158	2.154	3.716	0.0006101	0.000606	576.445
0.86	3.44	11.497	1.210	13.058	2.174	3.681	0.0006195	0.0006148	666.708
0.85	3.40	11.384	1.213	12.949	2.196	3.646	0.0006299	0.0006247	813.11
0.84	3.36	11.269	1.215	12.831	2.219	3.611	0.0006416	0.0006358	1083.01
0.83	3.32	11.149	1.216	12.705	2.242	3.576	0.0006544	0.0006480	1727.82

 $\Sigma \Delta x \approx$  7570 m

TABELA - V-4

Método Direto - Perfil M2

D = 2.00 m

Q = 5 m<sup>3</sup>/s

So = 0.001078 m/m

Y/D	Y (m)	A <sub>2</sub> (m <sup>2</sup> )	R (m)	AR <sup>2/3</sup>	V (m/s)	E (m)	Sf (m/m)	$\overline{Sf}$ (m/m)	Δx (m)
0.75	1.50	2.527	0.603	1.805	1.978	1.699	0.001297		
0.76	1.52	2.562	0.605	1.832	1.952	1.714	0.001258	0.001278	73.44
0.77	1.54	2.596	0.606	1.859	1.926	1.729	0.001222	0.0012404	92.09
0.78	1.56	2.629	0.607	1.885	1.902	1.744	0.001189	0.0012057	119.26
0.79	1.58	2.662	0.608	1.910	1.878	1.760	0.0011578	0.0011734	162.30
0.80	1.60	2.694	0.608	1.934	1.856	1.776	0.001129	0.0011434	240.26
0.81	1.62	2.726	0.609	1.958	1.834	1.791	0.0011024	0.0011157	422.97
0.812	1.624	2.732	0.609	1.962	1.830	1.795	0.0010973	0.0010998	147.20
ΣΔx≈									1258 m

TABELA - V-5

Método Direto - Perfil M2

D = 3.00 m

Q = 12 m<sup>3</sup>/s

So = 0.000714 m/m

Y/D	Y (m)	A <sub>2</sub> (m <sup>2</sup> )	R (m)	AR <sup>2/3</sup>	V (m/s)	E (m)	Sf (m/m)	$\overline{Sf}$ (m/m)	$\Delta x$ (m)
0.67	2.01	5.034	0.875	4.606	2.384	2.299	0.001147		
0.68	2.04	5.118	0.880	4.700	2.344	2.320	0.001102	0.001124	50.04
0.69	2.07	5.202	0.884	4.793	2.307	2.341	0.001059	0.001080	57.50
0.70	2.10	5.285	0.889	4.885	2.270	2.363	0.001020	0.001039	66.25
0.71	2.13	5.367	0.893	4.976	2.236	2.385	0.000983	0.001001	76.65
0.72	2.16	5.448	0.896	5.065	2.202	2.407	0.000949	0.000966	89.17
0.73	2.19	5.529	0.899	5.152	2.170	2.430	0.000917	0.000933	104.49
0.74	2.22	5.608	0.902	5.237	2.140	2.453	0.000887	0.000902	123.62
0.75	2.25	5.687	0.905	5.321	2.110	2.477	0.000860	0.000873	148.09
0.76	2.28	5.764	0.907	5.402	2.082	2.501	0.000834	0.000847	180.37
0.77	2.31	5.840	0.909	5.481	2.055	2.525	0.000810	0.000822	224.77
0.78	2.34	5.916	0.911	5.558	2.029	2.550	0.000788	0.000799	289.35
0.79	2.37	5.990	0.912	5.632	2.004	2.575	0.000767	0.000778	391.39
0.80	2.40	6.062	0.913	5.704	1.979	2.600	0.000748	0.000758	575.55
0.81	2.43	6.133	0.913	5.772	1.956	2.625	0.000730	0.000739	1003.80
0.812	2.436	6.148	0.913	5.785	1.952	2.630	0.000727	0.000729	345.43

 $\Sigma \Delta x \approx$  3726 m

TABELA - V-6

Método Direto - Perfil M2

D = 4.00 m

Q = 25 m<sup>3</sup>/s

So = 0.000668 m/m

Y/D	Y (m)	A <sub>2</sub> (m <sup>2</sup> )	R (m)	AR <sup>2/3</sup>	V (m/s)	E (m)	Sf (m/m)	$\overline{Sf}$ (m/m)	$\Delta x$ (m)
0.68	2.72	9.099	1.173	10.122	2.747	3.105	0.001031		
0.69	2.76	9.248	1.179	10.323	2.703	3.132	0.0009912	0.001011	80.85
0.70	2.80	9.396	1.185	10.521	2.661	3.161	0.0009542	0.000973	93.25
0.71	2.84	9.542	1.190	10.716	2.620	3.190	0.000920	0.000937	107.97
0.72	2.88	9.686	1.195	10.907	2.581	3.219	0.000888	0.000904	125.69
0.73	2.92	9.828	1.199	11.095	2.544	3.250	0.000858	0.000873	147.38
0.74	2.96	9.970	1.203	11.279	2.507	3.280	0.000830	0.000844	174.45
0.75	3.00	10.110	1.207	11.459	2.473	3.312	0.0008044	0.0008173	209.07
0.76	3.04	10.247	1.210	11.634	2.440	3.343	0.0007804	0.0007924	254.74
0.77	3.08	10.383	1.212	11.805	2.408	3.375	0.000758	0.000769	317.50
0.78	3.12	10.517	1.214	11.969	2.377	3.408	0.000737	0.0007476	408.75
0.79	3.16	10.648	1.216	12.129	2.348	3.441	0.000718	0.0007276	552.78
0.80	3.20	10.777	1.217	12.283	2.320	3.474	0.000700	0.0007090	812.24
0.81	3.24	10.904	1.217	12.431	2.293	3.508	0.0006836	0.000692	1413.32
0.812	3.248	10.929	1.217	12.459	2.287	3.515	0.0006804	0.000682	484.25

 $\Sigma \Delta x \approx$ 

5182 m

### V.3 Método de Keifer e Chu

Como vimos anteriormente o equacionamento do método de Keifer e Chu se resume na seguinte igualdade: (Eq. IV-15).

$$x_2 - x_1 = \frac{D}{S_0} (\phi_2 - \phi_1) - \frac{Q^2}{S_0 D^4} (\psi_2 - \psi_1)$$

onde os índices 2 e 1, referem-se às seções de montante e jusante respectivamente.

Como o escoamento permanente uniforme se dá a  $Y/D$  igual a 0.82, a relação  $a = Q/Q_p$  é igual a unidade e portanto temos:

$$\phi \left( \frac{Y}{D}, 1 \right) = \int_0^{Y/D} \frac{1}{f_1(Y/D) - 1} d(Y/D) \quad (V-1)$$

$$\psi \left( \frac{Y}{D}, 1 \right) = \int_0^{Y/D} \frac{1}{f_2(Y/D) [f_1(Y/D) - 1]} d(Y/D) \quad (V-2)$$

A tabela V-7 apresenta os valores numéricos dos integrandos para "a" igual a unidade e para valores de  $Y/D$  a intervalos de 0.01.

Convém salientar, que os valores de  $\psi$  originalmente apresentados por Keifer e Chu não são adimensionais face à inclusão do valor da aceleração da gravi



dade no Sistema Inglês.

Por outro lado, os valores da tabela aqui apresentada foram recalculados por máquina programável (HP 11-C) a intervalos de 0.01 para  $Y/D$ , utilizando o processo de integração baseada na regra do trapézio com a introdução da aceleração da gravidade no Sistema Internacional de Unidades.

Os valores das funções  $\phi$  e  $\psi$  nas proximidades da relação  $Y/D$  igual a 0.82 foram calculados entre 0 e 0.8195 por um lado e a partir de 0.8205 até 0.9995 pelo outro, já que para  $Y/D$  igual a 0.82 e 1.0, o valor de  $1/(f_1(Y/D) - 1)$  é igual a infinito.

As tabelas V-8 e V-9 apresentam os resultados dos cálculos dos perfis M1 e M2 para os dados anteriormente selecionados.

TABELA V-7

Valores de  $1/a^2 f_1 (Y/D) - 1$  e  $1/f_2 (Y/D) (a^2 f_1 (Y/D) - 1)$ 

Y/D	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	-	0.0	0.0000018	0.000009	0.000029	0.000071	0.000146	0.000272	0.000459	0.000735
			0.228725	0.285907	0.287486	0.326182	0.341225	0.363684	0.358844	0.378762
0.1	0.001119	0.001628	0.002299	0.003150	0.004213	0.005544	0.007137	0.009051	0.011331	0.014024
	0.388787	0.394826	0.404425	0.417776	0.419996	0.429956	0.432955	0.438594	0.441848	0.450593
0.2	0.017136	0.020758	0.024890	0.029642	0.034939	0.040971	0.047805	0.055342	0.063710	0.072981
	0.451114	0.453464	0.463848	0.453531	0.464733	0.466803	0.474047	0.471377	0.478282	0.475788
0.3	0.083339	0.094614	0.106995	0.120415	0.135241	0.151239	0.168645	0.187357	0.207642	0.229383
	0.477857	0.408515	0.481595	0.490362	0.488573	0.491629	0.493515	0.496118	0.498917	0.522824
0.4	0.252878	0.277967	0.305333	0.333542	0.364214	0.397163	0.431795	0.468915	0.508270	0.549960
	0.506178	0.511779	0.512944	0.517613	0.521183	0.528223	0.532786	0.539907	0.545260	0.552773
0.5	0.594089	0.640768	0.690113	0.742247	0.797300	0.854831	0.916117	0.980125	1.047036	1.118119
	0.560603	0.567874	0.577567	0.584931	0.598912	0.610211	0.622062	0.637587	0.653800	0.671281
0.6	1.192413	1.270673	1.352310	1.438418	1.528236	1.622976	1.721816	1.826097	1.933914	2.047910
	0.687414	0.709207	0.732734	0.759175	0.785133	0.824422	0.857933	0.904441	0.953772	1.012034
0.7	2.167178	2.293165	2.423929	2.561218	2.705167	2.856867	3.016223	3.184527	3.362539	3.549513
	1.077029	1.146424	1.247252	1.375826	1.511455	1.710958	2.010863	2.384014	2.910445	3.818162
0.8	3.747876	3.957476	4.181253	4.419438	4.674333	4.948057	5.245310	5.567302	5.920464	6.300899
	5.576160	11.0626	$\infty$	-10.541972	-5.290488	-3.467829	-2.559538	-2.040091	-1.685424	-1.422023
0.9	6.747018	7.241822	7.811863	8.478905	9.289703	10.302395	11.647447	13.565501	16.728794	23.764588
	-1.228249	-1.087433	-0.972156	-0.878397	-0.792591	-0.725719	-0.665161	-0.616299	-0.580657	-0.532393
1.0	$\infty$									

TABELA V-8

## Método de Keifer e Chu - Perfil M1

Y/D	$\phi$	$\phi_2 - \phi_1$	$\psi$	$\psi_2 - \psi_1$	$Q = 5 \text{ m}^3/\text{s} \text{ D} = 2.00 \text{ m}$ $S_o = 0.001078 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$	$Q = 12 \text{ m}^3/\text{s} \text{ D} = 3.00 \text{ m}$ $S_o = 0.000714 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$	$Q = 25 \text{ m}^3/\text{s} \text{ D} = 4.0 \text{ m}$ $S_o = 0.000668 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$
0.94	0.353317		0.495807				
0.93	0.427371	0.074054	0.504162	0.008355	125.28	290.35	412.89
0.92	0.502582	0.075211	0.513415	0.009253	126.13	292.97	416.54
0.91	0.579928	0.077346	0.523713	0.010298	128.58	299.34	425.51
0.90	0.660738	0.080810	0.535291	0.011578	133.15	310.71	441.57
0.89	0.746973	0.086235	0.548542	0.013251	140.78	329.34	467.94
0.88	0.841666	0.094693	0.564079	0.015537	153.16	359.18	510.23
0.87	0.948347	0.106681	0.582707	0.018628	170.93	401.86	570.72
0.86	1.072264	0.123917	0.605705	0.022998	196.57	463.39	657.96
0.85	1.225187	0.152923	0.635842	0.030137	240.04	567.50	805.55
0.84	1.43463	0.209443	0.679634	0.043792	325.11	770.97	1094.08
0.83	1.791225	0.356595	0.758796	0.079162	546.85	1301.20	1845.95
					$\Sigma \Delta x \approx$ 2286.57	5386.8	7649.0

TABELA V-9

## Método de Keifer e Chu - Perfil M2

Y/D	$\phi$	$\phi_2 - \phi_1$	$\psi$	$\psi_2 - \psi_1$	$Q = 5 \text{ m}^3/\text{s } D = 2.00 \text{ m}$ $S_o = 0.001078 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$	$Q = 12 \text{ m}^3/\text{s } D = 3.0 \text{ m}$ $S_o = 0.000714 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$	$Q = 25 \text{ m}^3/\text{s } D = 4.0 \text{ m}$ $S_o = 0.000668 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$
0.67	0.168208		0.334128				
0.68	0.185689	0.017481	0.343419	0.009291		50.32	
0.69	0.205274	0.019585	0.353248	0.009829		57.81	81.35
0.70	0.227307	0.022033	0.363693	0.010445		66.57	93.76
0.71	0.252122	0.024815	0.374810	0.011117		76.58	107.96
0.72	0.280383	0.028261	0.386778	0.011968		88.94	125.48
0.73	0.313118	0.032735	0.399893	0.013115		104.89	148.08
0.74	0.351181	0.038063	0.414329	0.014436		123.98	175.16
0.75	0.396065	0.044884	0.430441	0.016112		148.47	209.88
0.76	0.450831	0.054766	0.449050	0.018609	74.64	183.77	259.92
0.77	0.519117	0.068286	0.471024	0.021974	94.84	232.20	328.58
0.78	0.606009	0.086892	0.497496	0.026472	122.84	299.18	423.55
0.79	0.722704	0.116695	0.531139	0.033643	167.84	406.52	575.80
0.80	0.894961	0.172257	0.578111	0.046972	251.51	606.81	859.79
0.81	1.218355	0.323394	0.661305	0.083020	479.66	1152.08	1633.05
0.812	1.316786	0.098431	0.686034	0.024729	146.78	352.00	499.02
					$\Sigma \Delta x \approx$ 1338.	3950.	5521.

#### V.4 Método de Keifer e Chu modificado

O equacionamento do método de Keifer e Chu modificado utiliza o ângulo central  $\theta$  como variável de integração no lugar da relação  $Y/D$ .

A expressão final para avaliação das curvas de remanso  $\bar{e}$  representada pela Eq. IV-26, isto  $\bar{e}$ :

$$x_2 - x_1 = \frac{D}{4 S_o} (G_2 - G_1) - \frac{128\alpha Q^2}{g D^4 S_o} (H_2 - H_1)$$

onde: 
$$G = \int \frac{\text{sen } \theta/2}{a^2 f_1(\theta) - 1} d\theta$$

$$H = \int \frac{\text{sen}^2 \theta/2}{f_2(\theta) [a^2 f_1(\theta) - 1]} d\theta$$

$$f_1(\theta) = 4\pi^2 \left[ \frac{\theta}{(\theta - \text{sen } \theta)^{5/2}} \right]^{4/3}$$

$$f_2(\theta) = (\theta - \text{sen } \theta)^3$$

Apesar da Ref. 6 apresentar tabelas dos valores de  $G$  e  $H$  para intervalos de  $\theta/2\pi$  pré-fixados, achamos por bem recalcular os valores das integrais a intervalos de  $\theta$  de 0,05 radianos, evitando assim os erros provenientes da interpolação linear. Nas proximidades da relação  $Y/D$  igual  $\hat{a}$  0,82, que no nosso caso caracteriza o tirante do escoamento permanente uniforme e portanto

uma descontinuidade nas funções integrando, os valores dos intervalos de  $\theta$  foram diminuídos para uma melhor precisão. ( $\Delta\theta = 0.002$  radianos).

Como vimos anteriormente, os valores das funções  $\phi$  e  $\psi$  do método original de Keifer e Chu e das funções G e H do mesmo método modificado, seguem a seguinte relação:

$$\phi = G/4$$

$$\psi = \frac{128\alpha}{g} H$$

Tais relações foram verificadas e comprovamos uma boa aproximação, apesar das diferentes precisões decorrentes das sistemáticas de integração numérica.

As tabelas V-10 e V-11 apresentam os resultados do presente método para os perfis M1 e M2 respectivamente.

TABELA V-10

Método de Keifer e Chu modificado - Perfis M1

Y/D	G	G2 - G1	H	H2 - H1	$Q = 5 \text{ m}^3/\text{s} \text{ D} = 2.00 \text{ m}$ $S_o = 0.001078 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$	$Q = 12 \text{ m}^3/\text{s} \text{ D} = 3.00 \text{ m}$ $S_o = 0.000714 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$	$Q = 25 \text{ m}^3/\text{s} \text{ D} = 4.0 \text{ m}$ $S_o = 0.000668 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$
0.94	1.5405		0.0429				
0.93	1.8375	0.2970	0.0436	0.0007	121.6	289.2	411.2
0.92	2.1386	0.3011	0.0443	0.0007	126.4	293.5	417.4
0.91	2.4499	0.3113	0.0451	0.0008	129.3	301.0	427.9
0.90	2.7767	0.3268	0.0460	0.0009	134.6	314.04	446.30
0.89	3.1268	0.3501	0.0470	0.0010	143.5	335.3	476.4
0.88	3.5092	0.3824	0.0482	0.0012	154.7	362.7	515.2
0.87	3.9394	0.4302	0.0496	0.0014	173.1	406.4	577.2
0.86	4.4421	0.5027	0.0514	0.0018	199.0	469.6	666.7
0.85	5.0626	0.6205	0.0539	0.0025	240.5	571.0	809.7
0.84	5.9017	0.8391	0.0571	0.0032	328.7	777.40	1103.5
0.83	7.2827	1.3810	0.0630	0.0059	528.9	1259.0	1786.0
					$\Sigma \Delta x \approx$ 2280.	5379.	7637.

TABELA V-11

Método de Keifer e Chu modificado - Perfis M2

Y/D	G	G2 - G1	H	H2 - H1	Q = 5 m <sup>3</sup> /s D = 2.00 m So = 0.001078 m/m Δx (m)	Q = 12 m <sup>3</sup> /s D = 3.00 m So = 0.000714 m/m Δx (m)	Q = 25 m <sup>3</sup> /s D = 4.0 m So = 0.000668 m/m Δx (m)	
0.67	0.6733		0.0260					
0.68	0.7430	0.0697	0.0267	0.0007		50.5		
0.69	0.8213	0.0783	0.0274	0.0007		59.5	83.8	
0.70	0.9093	0.088	0.0282	0.0008		66.4	93.6	
0.71	1.0091	0.0998	0.0291	0.0009		75.6	106.5	
0.72	1.1231	0.114	0.0300	0.0009		90.5	127.7	
0.73	1.2544	0.1313	0.0310	0.0010		105.4	148.9	
0.74	1.4072	0.1528	0.0321	0.0011		124.8	176.3	
0.75	1.5876	0.1804	0.0334	0.0013		147.3	208.1	
0.76	1.8044	0.2168	0.0348	0.0014	74.1	182.2	257.8	
0.77	2.0714	0.2670	0.0364	0.0016	93.6	228.5	323.4	
0.78	2.4129	0.3415	0.0384	0.0020	120.6	293.7	415.9	
0.79	2.8697	0.4568	0.0410	0.0026	162.7	395.4	559.8	
0.80	3.5443	0.6746	0.0445	0.0035	246.7	595.0	843.0	
0.81	4.7714	1.2271	0.0506	0.0061	453.8	1090.8	1546.1	
0.812	5.1351	0.3601	0.0523	0.0017	135.0	323.0	458.0	
					ΣΔx≈	1287.	3829.	5349.



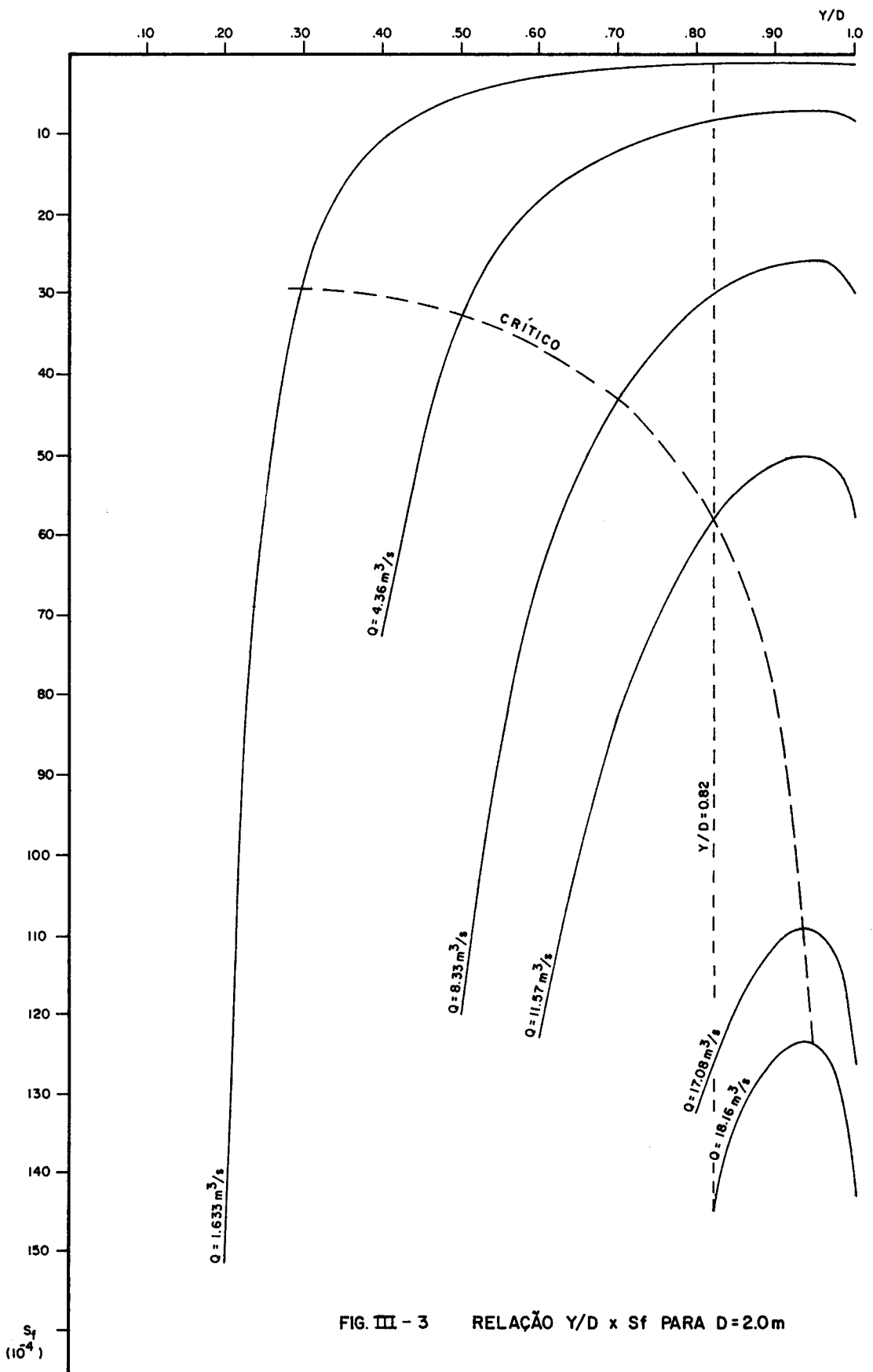


FIG. III - 3      RELAÇÃO  $Y/D \times S_f$  PARA  $D=2.0\text{m}$

### V.5 Método dos ângulos

O método dos ângulos se baseia na resolução da Eq. IV-46, isto é:

$$x_2 - x_1 = \frac{D}{4 S_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} V \, d\theta - \frac{128 \alpha Q^2}{g D^4 S_0} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{V}{U} \, d\theta$$

Podemos observar que os valores finais das integrais acima são os mesmos que as integrais apresentadas no método de Keifer e Chu modificado.

Por outro lado, visando a aplicação isolada de cada método dentro das suas próprias características práticas e precisão, as integrais foram reavaliadas através do equacionamento original.

Temos:

$$\int V \, d\theta = \int \frac{W \sin \theta/2}{W - W_0} \, d\theta \quad \text{onde: } W = \frac{(\theta - \sin \theta)^{10/3}}{\theta^{4/3}}$$

$$U = \frac{(\theta - \sin \theta)^3}{\sin \theta/2}$$

A partir do valor de  $W_0$  determinado para o valor de  $\theta$  referente ao tirante do escoamento permanente uniforme ( $Y/D = 0,82$ ), procedeu-se a integração pelo método do trapézio a intervalos  $\Delta\theta$  iguais a 0.05 radianos.

Nas proximidades do escoamento permanente uniforme, onde ocorre uma descon  
tinuidade já que  $W = W_0$ , as integrais foram avaliadas a intervalos menores  
e iguais a  $0,002$  radianos.

Os valores das integrais para os ângulos correspondentes aos tirantes de in  
teresse, foram obtidos por interpolação.

As tabelas V-12 e V-13 apresentam os cálculos para determinação dos perfis  
M1 e M2 respectivamente.

TABELA V-12

Método dos Ângulos - Perfil M1

Y/D	V	$\int_{\theta 1}^{\theta 2} V$	$\int V/U$	$\int_{\theta 1}^{\theta 2} V/U$	$Q = 5 \text{ m}^3/\text{s} \text{ D} = 2.00 \text{ m}$ $S_o = 0.001078 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$	$Q = 12 \text{ m}^3/\text{s} \text{ D} = 3.00 \text{ m}$ $S_o = 0.000714 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$	$Q = 25 \text{ m}^3/\text{s} \text{ D} = 4.0 \text{ m}$ $S_o = 0.000668 \text{ m/m}$ $\Delta x \text{ (m)}$
0.94	1.5997		0.0442				
0.93	1.8957	0.2960	0.0448	0.0006	125.94	291.43	414.50
0.92	2.199	0.3033	0.0455	0.0007	127.44	295.85	420.66
0.91	2.5098	0.3108	0.0463	0.0008	129.03	300.48	427.12
0.90	2.8354	0.3256	0.0472	0.0009	134.00	312.78	444.50
0.89	3.1878	0.3524	0.0482	0.0010	144.54	337.68	479.86
0.88	3.5716	0.3838	0.0494	0.0012	155.32	364.17	517.32
0.87	3.9989	0.4273	0.0509	0.0015	169.82	400.11	568.14
0.86	4.5007	0.5018	0.0526	0.0017	200.59	471.87	670.13
0.85	5.1344	0.6337	0.0551	0.0025	246.64	584.43	829.43
0.84	6.0191	0.8847	0.0587	0.0036	342.26	812.35	1152.72
0.83	7.3674	1.3483	0.0643	0.0056	519.46	1234.35	1751.36
					$\Sigma \Delta x \approx$ 2295.04	5405.50	7675.74

TABELA V-13

## Método dos Ângulos - Perfil M2

Y/D	V	$\int_{\theta 1}^{\theta 2} V$	$\int V/U$	$\int_{\theta 1}^{\theta 2} V/U$	Q = 5 m <sup>3</sup> /s D = 2.00 m	Q = 12 m <sup>3</sup> /s D = 3.00 m	Q = 25 m <sup>3</sup> /s D = 4.0 m
					So = 0.001078 m/m $\Delta x$ (m)	So = 0.000714 m/m $\Delta x$ (m)	So = 0.000668 m/m $\Delta x$ (m)
0.67	0.6742		0.0258				
0.68	0.7444	0.0702	0.0265	0.0007		50.99	
0.69	0.8230	0.0786	0.0273	0.0008		56.57	79.51
0.70	0.9111	0.0881	0.0281	0.0008		66.55	93.73
0.71	1.0108	0.0997	0.0290	0.0009		75.49	106.33
0.72	1.1242	0.1134	0.0299	0.0009		89.88	126.84
0.73	1.2556	0.1314	0.0308	0.0009		108.78	153.78
0.74	1.4097	0.1541	0.0320	0.0012		122.88	173.46
0.75	1.5922	0.1825	0.0333	0.0013		149.47	211.21
0.76	1.8118	0.2196	0.0347	0.0014	75.38	185.19	261.98
0.77	2.0834	0.2716	0.0363	0.0016	95.71	233.31	330.28
0.78	2.4318	0.3484	0.0384	0.0021	121.88	297.74	421.41
0.79	2.9068	0.4750	0.0410	0.0026	171.14	414.48	587.09
0.80	3.6301	0.7233	0.0447	0.0037	265.50	639.56	906.34
0.81	4.7853	1.1552	0.0516	0.0069	405.31	989.28	1400.29
0.812	5.2123	0.4270	0.0535	0.0019	162.12	386.80	548.61
					$\Sigma \Delta x \approx$ 1297.	3867.0	5400.

## V.6 Método da declividade crítica

Da mesma forma que o método direto, o método da declividade crítica é desenvolvido passo a passo e requer portanto uma série de cálculos intermediários. Assim, elaborou-se também um programa para a HP 11-C que possibilita a obtenção dos resultados em curto espaço de tempo.

O programa e seu modo de operação são apresentados no Quadro V-2.

As tabelas de V-14 a V-19 apresentam os cálculos passo a passo dos perfis M1 e M2 para variações de  $\theta$  decorrentes de valores de  $Y/D$  pré-fixados.

Equacionamento geral: (Eq. IV-52).

$$\Delta x = \frac{D}{4} \bar{V}^3 \Delta \theta - \frac{128 \alpha Q^2}{g D^4} \frac{\bar{V}^3}{\bar{U}} \Delta \theta$$

onde os valores  $\bar{V}$  e  $\bar{U}$  são médios entre duas seções consecutivas e obtidos pelas seguintes equações:

$$\bar{U} = \frac{(\theta - \text{sen } \theta)^3}{\text{sen } \theta/2}$$

$$\bar{V} = \frac{\text{sen } \theta/2}{S_0 - \left( \frac{K_{cr}}{K} \right)^2 S_{cr}}$$

# QUADRO V-2

Programa para HP 11-C para determinação de curvas de remanso em canais circulares pelo método da declividade crítica.

TECLAS	VISOR			TECLAS	VISOR		
f CLEAR Prog.	000			$gx^2$	021	43	11
f LBL A	001	42	.21	8	022		8
g CF 1	002	43	5	$\div$	023		10
f LBL 2	003	42	21	RCL 3	024	45	3
STO 2	004		44	x	025		20
ENTER	005			STO 6	026	44	6
SEN	006			2	027		2
CHS	007			x	028		20
+	008			RCL 1	029	45	1
STO 3	009		44	$\div$	030		10
3	010			RCL 2	031	45	2
$y^x$	011			$\div$	032		10
RCL 2	012		45	RCL 7 $\rightarrow$ (2/3)	033	45	7
2	013			$y^x$	034		14
$\div$	014			RCL 6	035	45	6
SEN	015			x	036		20
STO 4	016		44	$1/x$	037		15
$\div$	017			RCL 9 $\rightarrow$ ( $K_{cr}$ )	038	45	9
STO 5	018		44	x	039		20
R/S ler U	019		31	$gx^2$	040	43	11
RCL 1 $\rightarrow$ (D)	020		45	RCL 0 $\rightarrow$ ( $S_{cr}$ )	041	45	0

(Continuação)

## QUADRO V-2

TECLAS	VISOR			TECLAS	VISOR		
x	042		20	RCL 2	064	45	2
CHS	043		16	-	065		30
RCL f I $\rightarrow$ (So)	044	45	25	STO.0 $\rightarrow \Delta\theta$	066	44	.0
+	045		40	RCL 5	067	45	5
$1/x$	046		15	RCL.1	068	45	.1
RCL 4	047	45	4	+	069		40
x	048		20	2	070		2
STO 4	049	44	4	$\div$	071		10
R/S $\rightarrow$ ler $V^1$	050		31	STO.1	072	44	.1
g F ? 1	051	43	6	R/S $\rightarrow$ ler $\bar{U}$	073		31
GTO 5	052	22	5	RCL 4	074	45	4
RCL 5	053	45	5	RCL.2	075	45	.2
STO.1	054	44	.1	+	076		40
RCL 4	055	45	4	2	077		2
STO.2	056	44	.2	$\div$	078		10
RCL 2	057	45	2	STO.2	079	44	.2
STO.0	058	44	.0	R/S $\rightarrow$ ler $\bar{V}^*$	080		31
R/S $\rightarrow$ Introduzir $2\varphi$ $\theta$	059		31	RCL 8 $\rightarrow (128 \propto Q^2/g D^4)$	081	45	8
g SF 1	060	43	4	x	082		20
GTO 2	061	22	2	RCL.0	083	45	.0
F LBL 5	062	42	21	x	084		20
RCL.0	063	45	.0	RCL.1	085	45	.1



TECLAS	VISOR		
$\div$	086		10
CHS	087		16
STO.1	088	44	.1
RCL 1	089	45	1
4	090		4
$\div$	091		10
RCL.2	092	45	2
x	093		20
RCL.0	094	45	.0
x	095		20
RCL.1	096	45	.1
+	097		40
R/S $\rightarrow$ ler $\Delta x$	098		31
RCL 5	099	45	5
STO.1	100	44	.1
RCL 4	101	45	4
STO.2	102	44	.2
RCL 2	103	45	2
STO.0	104	44	.0
R/S $\rightarrow$ Introduzir novo $\theta$	105		31
GTO 2	106	22	2

OBS.: - Colocar em g RAD antes de operar;

- Os valores entre parênteses devem ser guardados nas memórias indicadas;

- Para iniciar o programa introduzir o primeiro valor de  $\theta$  (seção de controle) e apertar fA no mōdulo de operação.

TABELA V-14

Método da declividade crítica - Perfil M1 D = 2.00 m Q = 5.00 m<sup>3</sup>/s So = 0.001078 m/m

Y/D	Y	$\theta$	$\Delta\theta$	U	$\bar{U}$	$V^1$	$\bar{V}^1$	$\Delta x$
0.94	1.88	5.2933		484.6		3.271.0		
0.93	1.86	5.2121	0.0812	442.57	463.67	3535.0	3402.9	126.01
0.92	1.84	5.1362	0.0759	407.68	425.12	3847.2	3691.0	126.64
0.91	1.82	5.0644	0.0718	377.96	392.82	4225.4	4036.3	129.86
0.90	1.80	4.9962	0.0682	352.2	365.10	4693.6	4459.5	135.08
0.89	1.78	4.9309	0.0653	329.4	340.8	5292.2	4992.8	143.5
0.88	1.76	4.8682	0.0627	309.0	319.2	6085.6	5688.9	155.6
0.87	1.74	4.8077	0.0605	290.6	299.8	7193.0	6639.3	173.52
0.86	1.72	4.7492	0.0585	273.7	282.15	8849.2	8021.1	200.71
0.85	1.70	4.6924	0.0568	258.3	266.00	11610.0	10229.7	245.99
0.84	1.68	4.6371	0.0553	243.9	251.10	17153.4	14381.7	333.08
0.83	1.66	4.5832	0.0539	230.6	237.28	33985.	25569.0	570.68

 $\Sigma \Delta x \approx$  2340 m

TABELA V-15

Método da declividade crítica - Perfil M1 D = 3.00 m Q = 12 m<sup>3</sup>/s So = 0.000714 m/m

Y/D	Y	$\theta$	$\Delta\theta$	U	$\bar{U}$	$V^1$	$\bar{V}^1$	$\Delta x$
0.94	1.88	5.2933		484.78		4934.20		
0.93	1.86	5.2121	0.0812	442.57	463.68	5332.25	5133.22	291.76
0.92	1.84	5.1362	0.0759	407.68	425.13	5803.09	5567.67	293.88
0.91	1.82	5.0644	0.0718	377.96	392.82	6373.35	6088.22	302.04
0.90	1.80	4.9962	0.0682	352.18	365.07	7079.07	6726.21	314.89
0.89	1.78	4.9309	0.0653	329.38	340.78	7981.09	7530.08	335.32
0.88	1.76	4.8682	0.0627	308.99	319.19	9176.50	8578.80	364.33
0.87	1.74	4.8077	0.0605	290.55	299.78	10844.11	10010.31	407.36
0.86	1.72	4.7492	0.0585	273.73	282.14	13336.89	12090.50	472.32
0.85	1.70	4.6924	0.0568	258.26	265.99	17488.67	15412.78	580.24
0.84	1.68	4.6371	0.0553	243.94	251.10	25811.08	21649.87	787.33
0.83	1.66	4.5832	0.0539	230.62	237.28	50971.65	38391.36	1349.67

 $\Sigma\Delta x \approx$  5499 m

TABELA V-16

Método da declividade crítica - Perfil M1 D = 4.00 m Q = 25 m<sup>3</sup>/s So = 0.000668 m/m

Y/D	Y	$\theta$	$\Delta\theta$	U	$\bar{U}$	$V^1$	$\bar{V}^1$	$\Delta x$
0.94	1.88	5.2933		484.78		5268.27		
0.93	1.86	5.2121	0.0812	442.57	463.68	5693.22	5480.74	414.46
0.92	1.84	5.1362	0.0759	407.68	425.13	6195.75	5944.48	417.38
0.91	1.82	5.0644	0.0718	377.96	392.82	6804.23	6499.99	428.85
0.90	1.80	4.9962	0.0682	352.18	365.07	7557.07	7180.65	447.00
0.89	1.78	4.9309	0.0653	329.38	340.78	8519.01	8038.03	475.82
0.88	1.76	4.8682	0.0627	308.99	319.19	9793.39	9156.20	516.80
0.87	1.74	4.8077	0.0605	290.55	299.78	11570.30	10681.84	577.58
0.86	1.72	4.7492	0.0585	273.73	282.14	14224.70	12897.50	669.32
0.85	1.70	4.6924	0.0568	258.26	265.99	18641.02	16432.86	821.61
0.84	1.68	4.6371	0.0553	243.94	251.10	27476.37	23058.70	1113.38
0.83	1.66	4.5832	0.0539	230.62	237.28	54048.14	40762.26	1902.12

 $\Sigma\Delta x \approx$  7784 m

TABELA V-17

Método da declividade crítica - Perfil M2 D = 2.00 m Q = 5 m<sup>3</sup>/s So = 0.001078 m/m

Y/D	Y	$\theta$	$\Delta\theta$	U	$\bar{U}$	$V^1$	$\bar{V}^1$	$\Delta x$
0.75	1.50	4.1888		149.14		-3936.35		
0.76	1.52	4.2353	-0.04650	157.47	153.30	-4713.73	-4325.	73.81
0.77	1.54	4.2825	-0.04720	166.24	161.86	-5800.42	-5257.1	92.81
0.78	1.56	4.3304	-0.04790	175.49	170.87	-7425.33	-6612.87	120.58
0.79	1.58	4.3791	-0.04870	185.26	180.38	-10124.8	-8775.1	165.37
0.80	1.60	4.4286	-0.04950	195.59	190.42	-15485.88	-12805.35	249.07
0.81	1.62	4.4791	-0.0505	206.55	201.07	-31376.46	-23431.17	471.66
0.812	1.624	4.4893	-0.0102	208.82	207.68	-39192.95	-35284.7	144.62
								$\Sigma\Delta x \approx$ 1318 m

TABELA V-18

Método da declividade crítica - Perfil M2 D = 3.00 m Q = 12.0 m<sup>3</sup>/s So = 0.000714 m/m

Y/D	Y	$\theta$	$\Delta\theta$	U	$\bar{U}$	$V^1$	$\bar{V}^1$	$\Delta x$
0.67	2.01	3.8354		95.28		-2172.66		
0.68	2.04	3.8781	-0.0427	100.95	98.12	-2409.35	-2291.00	50.24
0.69	2.07	3.9212	-0.0431	106.90	103.93	-2683.01	-2546.18	57.81
0.70	2.10	3.9646	-0.0434	113.12	110.01	-3001.81	-2842.41	66.51
0.71	2.13	4.0085	-0.0439	119.65	116.39	-3379.33	-3190.57	77.13
0.72	2.16	4.0528	-0.04430	126.50	123.08	-3831.76	-3605.54	89.69
0.73	2.19	4.0976		133.68	130.09	-4384.62	-4108.20	105.21
0.74	2.22	4.1429	-0.0453	141.22	137.45	-5074.79	-4729.71	124.53
0.75	2.25	4.1888	-0.0459	149.14	145.18	-5961.97	-5518.38	149.50
0.76	2.28	4.2353	-0.0465	157.47	153.30	-7143.41	-6552.69	182.42
0.77	2.31	4.2825	-0.0472	166.24	161.85	-8797.24	-7970.33	228.23
0.78	2.34	4.3304		175.49	170.87	-11275.2	-10036.2	295.29
0.79	2.37	4.3791	-0.0487	185.26	180.38	-15405.4	-13340.3	403.71
0.80	2.40	4.4286	-0.0495	195.59	190.42	-23657.9	-19531.7	607.34
0.81	2.43	4.4791	-0.0505	206.55	201.07	-48519.6	-36088.8	1156.6
0.812	2.436	4.4893		208.82	207.68	-60973.7	-54746.6	356.44

 $\Sigma\Delta x \approx$  3950 m

TABELA V-19

Método da declividade crítica - Perfil M2 D = 4.00 m Q = 25 m<sup>3</sup>/s So = 0.000668 m/m

Y/D	Y	$\theta$	$\Delta\theta$	U	$\bar{U}$	V <sup>1</sup>	$\bar{V}$	$\Delta x$
0.68	2.04	3.8781		100.95		-2573.6		
0.69	2.07	3.9212	-0.043	106.89	103.93	-2865.8	-2719.73	81.29
0.70	2.10	3.9646	-0.0434	113.12	110.01	-3206.14	-3035.98	93.60
0.71	2.13	4.0085	-0.0439	119.65	116.39	-3609.10	-3407.6	108.65
0.72	2.16	4.0528	-0.0443	126.49	123.08	-4091.94	-3850.5	126.42
0.73	2.19	4.0976	-0.0448	133.68	130.09	-4681.85	-4386.9	148.40
0.74	2.22	4.1429	-0.0453	141.22	137.45	-5418.07	-5050.0	175.74
0.75	2.25	4.1888	-0.0459	149.14	145.18	-6364.2	-5891.1	211.07
0.76	2.28	4.2353	-0.0465	157.47	153.30	-7623.5	-6993.8	257.64
0.77	2.31	4.2825	-0.0472	166.24	161.86	-9385.4	-8504.5	322.41
0.78	2.34	4.3304	-0.0479	175.49	170.87	-12023.0	-10704.2	417.14
0.79	2.37	4.3791	-0.0487	185.26	180.38	-16413.4	-14218.2	570.14
0.80	2.40	4.4286	-0.0495	195.59	190.42	-25163.46	-20788.4	856.88
0.81	2.43	4.4791	-0.05050	206.55	201.07	-51345.6	-38254.5	1625.8
0.812	2.436	4.4893	-0.01020	208.82	207.68	-64361.4	-57853.5	499.6

 $\Sigma\Delta x \approx 5494.0$  m

## V.7 Método de Integração Gráfica

Como vimos anteriormente, o método de integração gráfica se fundamenta na discretização da Eq. III-16, isto é:

$$dx = \frac{1}{S_0} \frac{1 - (Z_{cr}/Z)^2}{1 - (K_0/K)^2} dy$$

Com o objetivo de otimizar o processo de integração por meios numéricos, evitando-se assim o traçado da curva  $y$  contra  $dx/dy$  e a posterior planimetragem das áreas intermediárias, elaboramos um programa para a máquina HP 11-C, a apresentado no Quadro V-3, que permite uma rápida avaliação dos perfis para intervalos de  $Y$  tão pequenos quanto se queira. Dessa forma é possível a utilização da regra do trapézio para estimar as áreas intermediárias correspondentes a dois valores de  $Y$  e  $dx/dy$  consecutivos.

Os perfis M1 e M2 foram determinados apenas para o diâmetro de 3,00 m face a obtenção de resultados não consistentes com aqueles provenientes dos demais métodos já apresentados.

As tabelas V-20 e V-21 mostram as sistemáticas de cálculo dos perfis M1 e M2, respectivamente.



# QUADRO V-3

Programa para HP 11-C para determinação de curvas de remanso em canais circulares prismáticos pelo método de integração gráfica.

TECLAS	VISOR			TECLAS	VISOR		
f CLEAR Prog.	000			CHS	021		16
f LBL A	001	42.	21.	RCL 2	022	45	2
g CF 1	002	43.	5.	+	023		40
f LBL 2	003	42.	21.	STO 3 $\rightarrow$ $\theta$ - SIN $\theta$	024	44	3
ENTER	004		36	8	025		8
STO 0 $\rightarrow$ Y	005		44	$\div$	026		10
RCL 1 $\rightarrow$ (D)	006		45	RCL 1	027	45	1
$\div$	007		10	$g x^2$	028	43	11
2	008		2	x	029		20
x	009		20	STO 4 $\rightarrow$ A	030	44	4
CHS	010		16	RCL 3	031	45	3
1	011		1	4	032		4
+	012		40	$\div$	033		10
ARC COS	013		43	RCL 1	034	45	1
2	014		2	x	035		20
x	015		20	RCL 2	036	45	2
f RAD	016		42	$\div$	037		10
SOT 2 $\rightarrow$ $\theta$	017		44	RCL 1	038	45	.1
g RAD	018		43	$y^x$	039		14
SIN	019		23	RCL 4	040	45	4
g DEG	020		43	x	041		20

(Continuação)

## QUADRO V-3

TECLAS	VISOR			TECLAS	VISOR			
R/S - 1er AR <sup>2/3</sup>	042		31	gx <sup>2</sup>	064	43	11	
STO 3	043	44	3	CHS	065		16	
RCL 0	044	45	0	1	066		1	
CHS	045		16	+	067		40	
RCL 1	046	45	1	STO 4 - 1 - (Z <sub>cr</sub> /Z <sup>2</sup> )	068	44	4	
+	047		40	RCL 3	069	45	3	
RCL 0	048	45	0	1/x	070		15	
x	049		20	RCL 7 → (Ko)	071	45	7	
√	050		11	x	072		20	
2	051		2	gx <sup>2</sup>	073	43	11	
x	052		20	CHS	074		16	
1/x	053		15	1	075		1	
RCL 4	054	45	4	+	076		40	
3	055		3	1/x	077		15	
Y <sup>x</sup>	056		14	RCL 4	078	45	4	
x	057		20	x	079		20	
√	058		11	RCL 5 → (So)	080	45	5	
R/S → 1er Z	059		31	÷	081		10	
STO 4 → Z	060	44	4	STO 4 → dx/dy	082	44	4	
1/x	061		15	R/S → 1er dx/dy	083		31	
RCL 6 → (Z <sub>cr</sub> )	062	45	6	g F ? 1	084	43.	6.	1
x	063		20	GT0 3	085	22	3	

(Continuação)

## QUADRO V-3

TECLAS	VISOR			TECLAS	VISOR		
RCL 0	086	45	0	R/S → novo Y	108		31
RCL.0	087	44	.0	GTO 2	109	22	2
RCL 4	088	45	4				
STO f I	089	44	25				
g SF 1	090	43.	4.				
R/S → Introduzir 2º Y	091		31				
GTO 2	092	22	2				
F LBL 3	093	42.	21.				
RCL 4	094	45	4				
RCL f I	095	45	25				
+	096		40				
2	097		2				
÷	098		10				
RCL 0	099	45	.0				
RCL.0	100	45	0				
-	101		30				
x	102		20				
R/S → 1er Δx	103		31				
RCL 0	104	45	0	OBS.: - Os valores entre parênteses devem ser guardados nas			
STO.0	105	44	.0	memórias indicadas;			
RCL 4	106	45	4	- Para iniciar o programa, introduzir o primeiro Y			
STO f I	107	44	25	(seção de controle) e apertar fA no módulo de opera -			
				ção.			

TABELA V-20

Método de integração gráfica - Perfil M1

$Q = 12\text{m}^3/\text{s}$      
  $D = 3.00\text{m}$      
  $So = 0.000714 \text{ m/m}$      
  $Ko = 5.8371$      
 $Z_{cr} = 6.7171$

Y/D	Y (m)	K	Z	dx/dy	$\Delta x$ (m)
0.94	2.82	6.2766	15.1686	8331.8	
0.93	2.79	6.2737	14.4933	8185.5	247.76
0.92	2.76	6.2626	13.9098	8181.9	245.51
0.91	2.73	6.2440	13.3935	8313.4	247.43
0.90	2.70	6.2189	12.9284	8590.8	253.56
0.89	2.67	6.1878	12.5023	9046.0	264.55
0.88	2.64	6.1512	12.1102	9743.1	281.84
0.875	2.625	6.1310	11.9237	10217.2	149.70
0.87	2.61	6.1096	11.7432	10805.4	157.67
0.865	2.595	6.0870	11.5682	11543.8	167.62
0.86	2.58	6.0633	11.3981	12486.5	180.23
0.855	2.565	6.0385	11.2325	13719.1	196.54
0.85	2.55	6.0126	11.0712	15384.	218.27
0.845	2.535	5.9857	10.9138	17738.2	248.42
0.84	2.52	5.9579	10.7600	21295.1	292.75
0.835	2.505	5.9291	10.6096	27251.4	364.1
0.83	2.49	5.8994	10.4623	39187.9	498.3

$\Sigma \Delta x = 4014 \text{ m}$

TABELA V-21

Método de integração gráfica - Perfil M2

$Q = 12.0\text{m}^3/\text{s}$    
  $D = 3.00\text{m}$    
  $S_o = 0.000714\text{m/m}$    
  $K_o = 5.8371$    
 $Z_{cr} = 6.7171$

Y/D	Y (m)	K	Z	dx/dy	$\Delta x$ (m)
0.67	2.01	4.6057	6.7249	-5.33	
0.675	2.025	4.6530	6.8230	-75.20	0.60
0.68	2.04	4.7001	6.9220	-150.66	1.69
0.685	2.055	4.7469	7.0220	-232.34	2.87
0.69	2.07	4.7933	7.1228	-320.98	4.15
0.695	2.085	4.8395	7.2246	-417.47	5.54
0.70	2.10	4.8853	7.3273	-522.80	7.05
0.71	2.13	4.9758	7.5357	-764.98	19.32
0.72	2.16	5.0647	7.7483	-1060.02	27.38
0.73	2.19	5.1519	7.9652	-1426.02	37.29
0.74	2.22	5.2373	8.1867	-1890.18	49.74
0.75	2.25	5.3208	8.4132	-2495.4	65.78
0.76	2.28	5.4022	8.6450	-3313.30	87.13
0.77	2.31	5.4813	8.8825	-4473.05	116.79
0.78	2.34	5.5580	9.1262	-6233.40	160.60
0.79	2.37	5.6321	9.3767	-9199.06	231.49
0.80	2.40	5.7035	9.6347	-15187.4	365.80
0.81	2.43	5.7720	9.9009	-33316.3	727.6
0.812	2.436	5.7853	9.9552	-42426.9	227.2

$\Sigma \Delta x \approx 2138 \text{ m}$

## V.8 Método de Ven Te Chow

O método de Ven Te Chow se fundamenta basicamente na hipótese de que podemos modelar uma relação de variação entre as profundidades e os fatores de seção do estado crítico do escoamento e entre as profundidades e os fatores de condução. Assim, seria viável para determinados tipos de seção transversal, expressarmos tais relações da seguinte forma:

$$Z^2 \propto Y^M \quad \text{e} \quad AR^{2/3} \propto Y^N$$

Com o objetivo de integrar a equação dinâmica do escoamento gradualmente variado, Ven Te Chow assumiu como constantes os valores dos expoentes hidráulicos, M e N, no intervalo de integração.

Por outro lado o próprio Ven Te Chow relata em seus trabalhos que na hipótese dos expoentes hidráulicos variarem de forma significativa com relação à profundidade, o método pode ser aplicado a partir da subdivisão do trecho, sob escoamento gradualmente variado, em subtrechos onde M e N possam ser considerados constantes.

Os expoentes hidráulicos para as seções circulares variam significativamente, o que pode ser verificado pela Fig. V-1.

Na tentativa de aplicação do método para as seções circulares, estimamos os expoentes hidráulicos médios para a gama de variação de Y/D entre 0.67 a 0.94 e obtivemos os seguintes resultados: (Os valores de N e M para seções circulares foram obtidos nas referências 4 e 5).

Y/D	N	M	J
0.66 - 0.70	2.78	3.969	-14.71

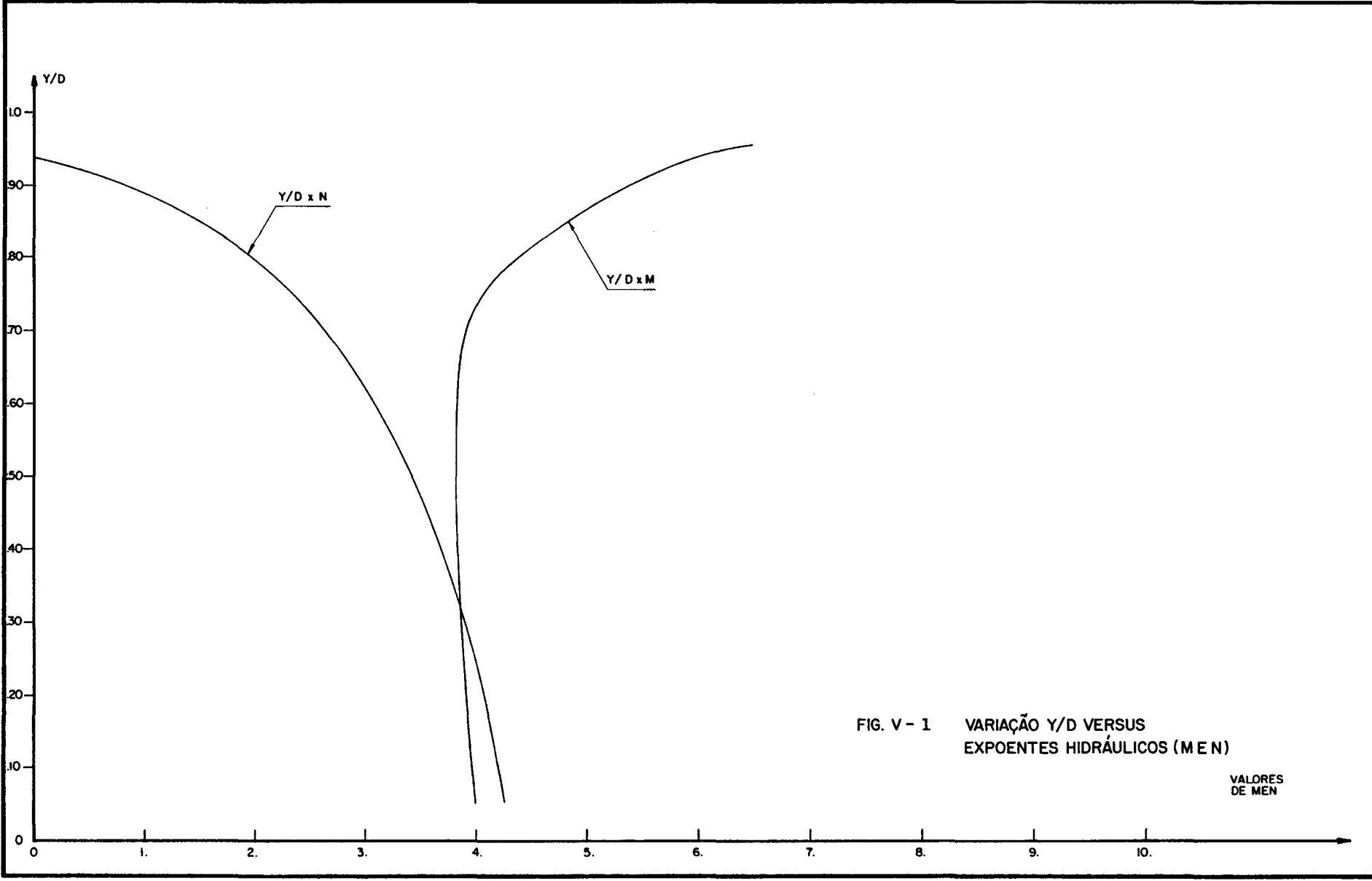


FIG. V - 1 VARIAÇÃO  $Y/D$  VERSUS  
EXPOENTES HIDRÁULICOS ( $M$  E  $N$ )

VALORES  
DE MEN

Y/D	$\bar{N}$	$\bar{M}$	$\bar{J}$
0.71 - 0.75	2.475	4.02	-4.54
0.76 - 0.82	2.05	4.22	-1.75
0.83 - 0.85	1.43	4.78	-0.61
0.86 - 0.93	0.65	5.44	-0.17

As distâncias entre as várias seções dos subtrechos sob escoamento gradual - mente variado podem ser estimadas pela seguinte expressão (Eq. IV-66):

$$L = x_2 - x_1 = \frac{Y_0 N_0 / \bar{N}}{S_0} \left\{ (u_2 - u_1) - \left[ F(u_2, N) - F(u_1, N) \right] + \left( \frac{Y_{cr} M_{cr} / \bar{M}}{Y_0 N_0 / \bar{N}} \right) \frac{\bar{J}}{\bar{N}} \left[ F(V_2, J) - F(V_1, J) \right] \right\}$$

onde:  $u = \frac{Y}{Y_0 N_0 / \bar{N}}$   $J = \frac{\bar{N}}{\bar{N} + \bar{M} + 1}$

$$F(u, N) = \int_0^u \frac{du}{1 - u^{\bar{N}}}$$

$$\frac{\bar{J}}{\bar{N}} F(V, J) = \int_0^u \frac{u^{\bar{N} - \bar{M}}}{1 - u^{\bar{N}}} du = \frac{\bar{J}}{\bar{N}} \int_0^v \frac{dv}{1 - v^{\bar{J}}}$$

$\bar{N}$  - expoente hidráulico médio para o escoamento permanente gradualmente va riado no subtrecho.



$\bar{M}$  - expoente hidráulico médio do estado crítico para a gama de variação das profundidades do subtrecho.

Tendo em vista que Ven Te Chow apresenta os valores de  $F(u, N)$  e  $F(V, J)$  para expoentes hidráulicos acima de 2,2, a aplicação do método se torna bastante laboriosa uma vez que as integrais têm que ser avaliadas numericamente para cada valor médio de  $\bar{N}$  fora da tabela.

A título de exemplo e no intuito de demonstrar as dificuldades do método, tentamos determinar a configuração do perfil M2 para o diâmetro de 3 m, limitado a profundidade relativa  $Y/D$  igual a 0.75, uma vez que os valores obtidos para as distâncias entre as seções apresentaram muita inconsistência em comparação com os resultados dos outros métodos. No exemplo, a vazão é de  $12 \text{ m}^3/\text{s}$ , a declividade do fundo do canal é de 0,000714 m/m, o movimento permanente uniforme se dá a  $Y/D$  igual a 0.82 e a seção de controle a jusante a  $Y_{cr}/D$  igual a 0.67.

A tabela V-22 apresenta os valores limites de  $u$  para o intervalo superior de integração das funções  $F(u, N)$  e  $J/N[F(v, J)]$  relativos aos diferentes valores de  $Y/D$  pré-selecionados limitados a  $Y/D$  igual a 0.75. A tabela mostra também, os valores de  $F(u, N)$  e  $J/N[F(v, J)]$  calculados pelas Eqs. IV-58 e IV-59, respectivamente, para cada valor de  $N$  determinado, bem como as distâncias entre as seções.

TABELA V-22

Método de Ven Te Chow  $N_o = 2.05 \text{ m}$   $Q = 12 \text{ m}^3/\text{s}$   $D = 3.00 \text{ m}$ 

Y/D	$\bar{N}$	$\bar{M}$	u	F(u,N)	J/NF(v,J)	$\bar{x}$ (m)	$\Delta x$ (m)
0.67	2.78	3.969	1.163	0.631	6.441	21524.	
0.68	2.78	3.969	1.180	0.601	6.415	21571.	47.
0.69	2.78	3.969	1.198	0.572	6.392	21627.	56.
0.70	2.78	3.969	1.215	0.548	6.372	21677.	50.
0.71	2.475	4.02	1.512	0.837	15.298	37985.	
0.72	2.475	4.02	1.168	0.803	15.269	37001.	
0.73	2.475	4.02	1.184	0.770	15.243	37085.	84.
0.74	2.475	4.02	1.200	0.739	15.221	37172.	87.
0.75	2.475	4.02	1.217	0.712	15.200	37252.	80.

Observações:

1º Subtrecho

2º Subtrecho

$$\frac{Y_o}{S_o} N_o / \bar{N}$$

2720.

2952.

$$\left( \frac{Y_{cr} M_{cr} / \bar{M}}{Y_o N_o / \bar{N}} \right)^{\bar{M}}$$

1146.

0.797

## V.9 Resumo dos resultados

O Quadro V-23 apresenta os resultados numéricos dos comprimentos dos perfis M1 e M2 para os diversos métodos analisados. No Quadro V-24 apresentamos a média e o desvio padrão dos resultados, para os métodos Direto, Keifer e Chu, Keifer e Chu modificado, Ângulos e Declividade Crítica.

Podemos verificar que a discrepância entre os diversos valores é pequena e provavelmente se deve, não só, a precisão numérica dentro de cada sistemática, como também os intervalos de Y/D pré-selecionados. Acreditamos que as diferenças obtidas poderiam ser minimizadas com a diminuição dos intervalos de Y/D ou  $\theta$  conforme a metodologia.

As Figs. V-2 e V-3 apresentam as configurações médias dos perfis M1 e M2, respectivamente, para o diâmetro de 3m determinados pelos diversos métodos. Verificamos que as maiores discrepâncias ocorreram junto às extremidades dos perfis e que a superposição e o ajuste intermediário foi de boa qualidade com exceção dos métodos de integração gráfica e Ven Te Chow.

## QUADRO V-23

Resultados dos comprimentos dos perfis M1 e M2

	Q=5m <sup>3</sup> /s	D=2m	Q=12m <sup>3</sup> /s	D=3.00m	Q=25m <sup>3</sup> /s	D=4.0m
METODO	M1 L(m)	M2 L(m)	M1 L(m)	M2 L(m)	M1 L(m)	M2 L(m)
DIRETO	2240	1258	5312	3726	7570	5182
KEIFER E CHU	2286	1338	5387	3950	7649	5521
KEIFER E CHU MODIFICADO	2280	1287	5379	3829	7637	5349
ÂNGULOS	2295	1297	5406	3867	7676	5400
DECLIVIDADE CRÍTICA	2340	1318	5499	3950	7784	5494
INTEGRAÇÃO GRÁFICA	-	-	4014	2138	-	-

## QUADRO V-24

	Q=5m <sup>3</sup> /s	D=2.00m	Q=12m <sup>3</sup> /s	D=3.00m	Q=25m <sup>3</sup> /s	D=4.0m
METODO	M1 L(m)	M2 L(m)	M1 L(m)	M2 L(m)	M1 L(m)	M2 L(m)
MÉDIA	2288.20	1299.60	5396.60	3864.40	7663.20	5389.20
DESVIO PADRÃO	35.79	30.45	67.33	93.63	77.99	135.11
% c/RELAÇÃO À MÉDIA	1.56	2.34	1.25	2.42	1.02	2.51

ESC. VERTICAL:  
0.01 m/m - 0.5 cm

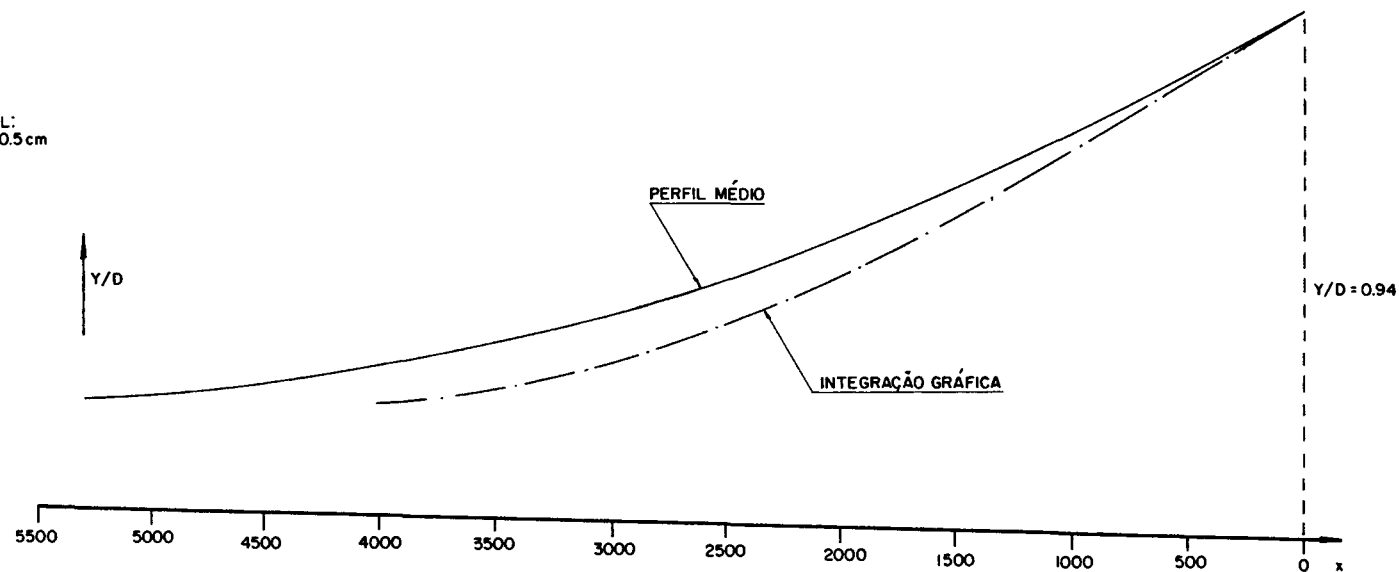


FIG. V - 2 PERFIL M1 - RESULTADOS ( $D = 3.00 \text{ m}$   $Q = 12 \text{ m}^3/\text{s}$ )

ESC. VERTICAL:  
0.01 m/m - 0.5 cm

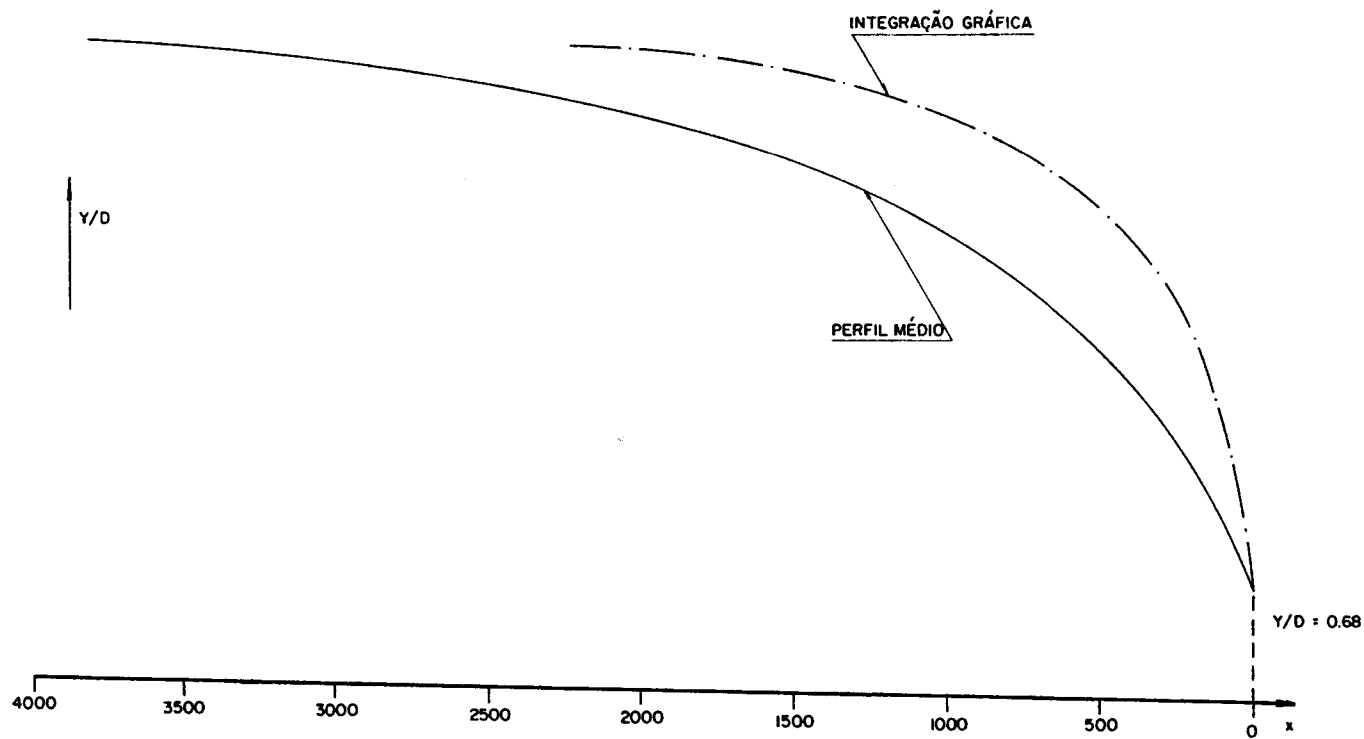


FIG. V - 3 PERFIL M2 - RESULTADOS ( $D = 3.00 \text{ m}$   $Q = 12 \text{ m}^3/\text{s}$ )

## CAPÍTULO VI

## Discussão

Com relação ao método de integração gráfica, baseado na Eq. III-16, convém ressaltar a inadequabilidade da avaliação da variação da energia cinética com relação a profundidade em função da relação  $(Z_{cr}/Z)^2$  para as seções circulares. Tal inadequabilidade se fundamenta na forma imprópria de expressar  $dA/dY$  em termos de  $T$ , isto é largura da superfície da linha de água.

Segundo a Ref. 7, pág. 220, uma das formas da equação dinâmica do escoamento permanente gradualmente variado é:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{S_o - S_f}{1 + \alpha \, d(V^2/2g)/dy} \quad (\text{Eq. VI-1})$$

Se desenvolvermos a expressão do denominador, vem:

$$\alpha \, d \frac{(V^2/2g)}{dy} = \frac{\alpha \, Q^2}{2g} \frac{dA^{-2}}{dy} = - \frac{\alpha \, Q^2}{g \, A^3} \frac{dA}{dy} \approx - \frac{\alpha \, Q^2}{g \, A^3} T = - \frac{Z_{cr}^2}{Z^2}$$

A relação  $dA/dy$  pode ser aproximada pelo valor médio de  $T$ , largura na superfície, desde que tal valor não varie significativamente para a seção transversal em questão e para faixa de profundidades considerados sob a influência do escoamento gradualmente variado.

No caso das seções circulares e principalmente junto ao coroamento, tal aproximação não é válida, devendo-se portanto não substituir a variação de energia cinética pelo valor de  $Z_{cr}^2/Z^2$  na equação dinâmica. Por outro lado podemos verificar que se mantivermos a Eq. VI-1 tal como se apresenta, chegaremos por discretização a formulação idêntica ao método direto, isto é:

$$\frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{1 - \frac{\alpha V_2^2}{2g} - \frac{\alpha V_1^2}{2g}}{S_o - S_f} = \frac{\frac{\Delta E}{\Delta y}}{S_o - S_f}$$

logo:

$$\Delta x = \frac{\Delta E}{S_o - S_f}$$

Da mesma forma, o método de Ven Te Chow foi desenvolvido a partir da mesma aproximação anterior e portanto sofre as mesmas críticas. Verificamos anteriormente que Ven Te Chow se baseou na Eq. III-16 para introduzir sua metodologia. Além do mais os valores de  $Z_{cr}$  e  $Z$  foram substituídos por funções aproximadas envolvendo as profundidades elevadas aos expoentes hidráulicos. Tendo em vista que os expoentes variam significativamente para acompanhar as alterações das larguras da superfície da água, o método torna-se inconsistente mesmo com a subdivisão do trecho sob escoamento gradualmente variado (9,10). Devemos salientar que a palavra inconsistência, aqui utilizada, não tem o mesmo significado que a terminologia característica dos métodos numéricos desenvolvidos por diferenças finitas. A inconsistência a que nos referimos significa a falta de ajuste numérico entre os resultados do método entre os



subtrechos menores. O problema se agrava mais ainda com a determinação dos perfis junto ao coroamento das seções circulares, pois os valores de  $\bar{N}$  e  $\bar{M}$  acima da relação  $Y/D$  igual a 0.50 variam significativamente contribuindo para tais inconsistências junto às extremidades de subtrechos menores. Além disso, acima da profundidade relativa  $Y/D$  igual a 0.65, os valores de  $J$  tornam-se negativos e conseqüentemente as integrais do equacionamento de Ven Te Chow terão de ser avaliadas independentemente das tabelas por ele apresentadas, requerendo portanto um enorme volume de cálculos em comparação com outros métodos mais práticos.

Com relação aos métodos de Keifer e Chu original e modificado e ao método dos ângulos, a integração da equação dinâmica foi realizada considerando o valor de  $Y/D$  e o ângulo central  $\theta$ , respectivamente, como únicas variáveis no intervalo de integração. Dessa forma evitou-se a utilização dos fatores de seção e dos expoentes hidráulicos para representar a variação de energia cinética entre duas seções próximas.

## CAPÍTULO VII

## Conclusões

Após a experiência adquirida pelas análises e estudos realizados chegamos as seguintes conclusões:

- Os métodos que representam a variação da energia cinética através de uma relação entre os fatores de seção, profundidades e expoentes hidráulicos não fornecem resultados numericamente consistentes para seções circulares junto ao coroamento. Além dos aqui analisados (Ven Te Chow e Integração Gráfica), é de se esperar que os métodos de Bakhmeteff, Mononobe, Lee e Von Seggern também não forneçam resultados satisfatórios;
- Os métodos de Keifer e Chu original e o modificado se apresentam como os mais adequados para uma avaliação rápida do comprimento total dos trechos sob influência de escoamento permanente gradualmente variado. Com auxílio das tabelas dos valores de  $\phi$  e  $\psi$  é possível a determinação de vários perfis sob diferentes situações em um curto intervalo de tempo.

Por outro lado, não são indicados quando existe interesse na avaliação das características geométricas e hidráulicas a cada seção ao longo dos perfis da linha de água.

Não são aplicáveis a canais de fundo horizontal.

- Os métodos dos Ângulos e o da Declividade crítica requerem um volume maior de cálculos tendo em vista a impossibilidade de se tabelar as funções variadas do escoamento. Tais métodos são mais recomendados, como opção, quando houver disponibilidade de um computador. Por outro lado, o método da

Declividade crítica permite a determinação de curvas de remanso em quais quer situações de declividade do fundo do canal;

- O método Direto, apesar de trabalhoso, é o único cuja a sistemática de cálculo fornece, passo a passo, as características geométricas e hidráulicas a cada seção do escoamento. Além disso é aplicável a quaisquer condição de declividade do canal e com o uso de um computador é o mais recomendado;
- Para todos os métodos, com exceção do método Direto, os coeficientes de Coriolis e o de rugosidade de Manning devem ser mantidos constantes no trecho sob influência do escoamento permanente gradualmente variado;
- Todas as metodologias sõ se aplicam a canais prismáticos.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. BAKHMETEFF, B.A. Hydraulics of open channels. New York, Mc Graw-Hill, 1932. 329 p.
2. MONONOBE, N. Back-water and drop down curves for uniform channels. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 103: 950-89, 1938.
3. SEGGERN, M. E. von. Integrating the equation of non-uniform flow. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 115: 71-88, 1950.
4. CHOW, Ven TE. Integrating the equation of gradually varied flow. Journal of the Hydraulics Division, 81 (Hy6): 1-32, Nov. 1955.
5. KEIFER, C.J. & CHU, H.H. Backwater functions by numerical integration. Transactions of the American Society of Civil Engineers, 120: 429-42, 1955.
6. NALLURI, C. & TOMLINSON, JOHN H. Varied flow functions for circular channels. Journal of the Hydraulics Division, 104 (Hy7): 983-1000, July 1978.
7. CHOW, Ven TE. Open channel hydraulics. New York, Mc Graw-Hill, 1959, 680 p.
8. SILBER, R. Hidraulica del regimen permanente en canales y rios. Madri, Aguilar, 1972.
9. KEIFER, C.J. & CHU, H.H. Discussion of integrating the equation of gradually varied flow by Ven Te Chow. Journal of the Hydraulics Division, 82 (Hy2); 51-9, Apr. 1956.
10. HARRISON, A.S. Discussion of integrating the equation of gradually varied flow by Ven Te Chow. Journal of the Hydraulics Division,

82 (Hy3): 18-21, June 1956.

11. Gill, Mohammad A. Exact solution of gradually varied flow. Journal of the Hydraulics Division, 102 (Hy9): 1353-64, Sept. 1976.
12. HENDERSON, F.M. Open channel flow. London, Collier-Mac Millan, 1966.
13. MACEDO, E. Cálculo do escoamento na rede de esgotos sanitários do sistema separador absoluto. Rio de Janeiro, SURSAN, 1960.